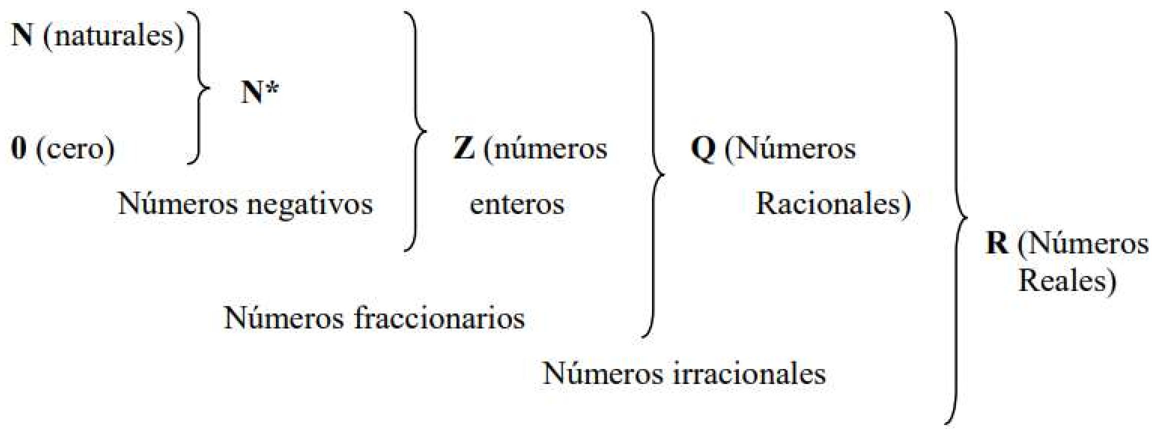
UNIDAD I – NÚMEROS REALES

A) LOS NUMEROS Y SUS OPERACIONES

Conjuntos numéricos



> ➢ Los **números naturales** son los que usamos para contar, enumerar y se simboliza con la letra **N**.

$$N = \{1; 2; 3; \dots; n; n+1; \dots.\}$$

El conjunto de los números naturales

- Tiene un primer elemento: el uno.
- Cada natural (excepto el uno, se puede obtener agregando uno al número anterior).
- No tiene un último elemento.

Operaciones en los naturales

La **suma o adición** de dos números naturales **a** y **b** es otro número natural **a + b** que se obtiene de agregarle a uno de ellos tantas unidades como representa el otro.

Cada uno de los números que intervienen en la suma se llama **sumando** y el número que los reúne o agrupa se denomina **suma.**

$$\underbrace{a}_{sumando} + \underbrace{b}_{sumando} = \underbrace{c}_{suma}$$

Ejemplo:

$$\underbrace{7}_{sumando} + \underbrace{8}_{sumando} = \underbrace{15}_{suma}$$

La **multiplicación o producto** de dos números **a** y **b** es otro número natural **a.b** que se obtiene de sumar uno de ellos tantas veces como indique el otro.

$$a.b = \underbrace{a + a + \cdots + a}_{b\ veces}$$

Cada uno de los números que intervienen se llaman **factores** y el número que resulta se llama **producto.**

$$\underbrace{a\ .\ b}_{factores} = \underbrace{c}_{producto}$$

Ejemplo:

$$\underbrace{3\ .\ 5}_{factores} = \underbrace{15}_{producto}$$

Propiedades de la suma y el producto de números naturales

PROPIEDADES	SUMA	PRODUCTO
Conmutativa	a+b=b+a	a.b=b.a
Asociativa	(a+b) +c = a +(b+c)	(a.b).c=a.(b.c)
Distributiva del producto respecto a la suma	a.(b+c)= a.b +a.c	

La **resta o sustracción** de números naturales la definimos como la operación inversa de la suma.

$$a - b = c \text{ si y solo si } b + c = a$$

Los números que intervienen en la resta se llama **minuendo**, **sustraendo** y **diferencia o resta**.

$$\underbrace{a}_{minuendo} - \underbrace{b}_{sustraendo} = \underbrace{c}_{resta\ o\ diferencia}$$

La **división o cociente** la definimos como la operación inversa del producto.

$$a : b = c \quad \text{si y solo si } b\ .\ c = a$$

Cada número que interviene en la división recibe el nombre de **dividendo**, **divisor** y **cociente**

$$\underbrace{a}_{dividendo} : \underbrace{b}_{divisor} = \underbrace{c}_{cociente}$$

IMPORTANTE: la resta y la división no gozan de las propiedades conmutativa y asociativa

- Los **números enteros** están formados por los naturales, el cero y los naturales precedidos por el signo menos (a los cuales llamamos **enteros negativos).** Se los simboliza con la letra **Z**

$$Z = \{\dots\dots. -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; \dots; n; n+1; \dots.\}$$

Observamos que:

- Cada número entero salvo el cero, consta de un **signo** + o – y de su **valor absoluto** que es la distancia del número al cero.
- Cada entero tiene asociado su correspondiente opuesto, que está representado por el mismo número natural, pero con signo diferente. Ejemplo, 8 es el opuesto de -8.
- El conjunto de los números enteros es discreto, esto significa que entre dos números enteros solo puede existir una cantidad finita de números enteros.
- En ellos no hay primer elemento, ni último elemento, por lo tanto existen infinitos números enteros.

SUMA DE NÚMEROS ENTEROS	a+b	EJEMPLOS
Sí **a** y **b** tienen el **mismo signo**	La suma tendrá el **mismo signo** de los sumandos y se suman los valores absolutos	8 + 7 = 15 (-8) + (-7) = -15
Sí **a** y **b** tienen **distinto signo**	El **signo** del resultado es el signo del sumando **de mayor valor absoluto**. El valor absoluto del resultado es la diferencia entre el mayor valor absoluto y el menor valor absoluto, de entre los dos sumandos.	-8 + 7 = -1 8 + (-7)=1
Si uno de los dos sumandos es **cero**	El cero sumado a izquierda o derecha de un número da el mismo número. Se dice que cero es el **elemento neutro de la suma**	x + 0 = 0 + x = x

Para multiplicar números enteros habrá que considerar la **regla de signos.**

PRODUCTOS DE NÚMEROS ENTEROS	a.b	EJEMPLO
a y **b** tienen el **mismo signo**	Se multiplican valores absolutos de los factores y el producto tendrá **signo positivo**	8 . 7 = 56 (-8) . (-7) = 56
a y **b** tiene **distinto signo**	Se multiplican valores absolutos de los factores y el producto tendrá **signo negativo**	(-8) . (7) = - 56 5 . (-7) = - 56
Si uno de los factores es **cero**	El producto es **cero**	0. x =0 y.0=0
Si uno de los factores es **uno**	Si multiplicamos un número entero a izquierda o a derecha por uno se obtiene el mismo número. Se dice que **1** es el **elemento neutro del producto**	x . 1 =x 1 . x = x

Los **signos de agrupación** son los que por su origen definen el orden en el que se realiza una operación, estos son los paréntesis ( ), corchetes[ ]y llaves { }

Recordamos como se resolver las operaciones combinadas

- Un signo menos delante de un paréntesis, corchete o llave nos indica que está multiplicado por menos uno (-1),

-(3 – 4) es (-1).(3 – 4)

- Los signos más (+) y menos (-) separan términos.
- Primero: resolver todo lo que esté dentro de signos de agrupación respetando el siguiente orden: primero los paréntesis, luego los corchetes y finalmente las llaves.
- Resolver todas las multiplicaciones y divisiones, éstas últimas en orden de izquierda a derecha.
- Resolver todas las sumas y restas .

Ejemplo:

(13 - 8) – { - 4 +[8 – (9 – 3 - 7) + (-3 -2) + 5] – 3 + 8 } + 9 =
5 – { - 4 +[8 +1-5 + 5] – 3 + 8 } + 9 =

5 – { - 4 +[8 +1-5 + 5] – 3 + 8 } + 9=
5 – { - 4 +9 – 3 + 8 } + 9=
5 – 10+ 9=4

ACTIVIDAD 1:

Resolver las siguientes operaciones con números enteros.

a) { 15 – [10 – 3 – (10 – 4 - 1) – (-2)] + 4 – (3 – 1) } – 5 =

b) [- 4 . 3 + 4 – 15 : (-3)] . { [- 18 : (- 6)] . 2 – [(- 4 – 8) : (- 3)] } =

Al dividir dos números enteros nos puede quedar como resultado tres tipos de números:

- un número **entero** (6:2=3)
- un numero **decimal exacto** (5:4=1,25)
- un numero **decimal periódico** (4:3=1,333...)

> Los **números racionales** son aquellos que pueden expresarse como un cociente de dos números enteros con denominador distinto de cero. Se los simboliza con la letra **Q**

$$\boldsymbol{Q} = \left\{\frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}} \ /\boldsymbol{a} \in \boldsymbol{Z} \wedge \boldsymbol{b} \in \boldsymbol{Z} \wedge \boldsymbol{b} \neq \boldsymbol{0}\right\}$$

Una fracción es una forma de escribir un número racional utilizando los dos números enteros que le dan origen al dividirse.

Por ejemplo, como vimos antes, el número 1,25 se obtiene del cociente entre 5 y 4. La fracción asociada entonces a este racional seria $\frac{5}{4}$, de igual forma, el numero 1,333… que es periódico puede escribirse en forma de fracción como $\frac{4}{3}$.

En las fracciones el dividendo pasa a ser llamado numerador, mientras que el divisor toma el nombre de denominador de la fracción.

$$\frac{5}{4} \quad \begin{matrix} \rightarrow \boxed{\text{NUMERADOR}} \\ \rightarrow \boxed{\text{DENOMINADOR}} \end{matrix}$$

Fracciones equivalentes

Llamaremos fracciones equivalentes a aquellas que se escriben de forma diferente, pero representan al mismo número racional.

$\frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = 0{,}5$ las tres fracciones son equivalentes y representan a 0,5

Si se multiplica o divide el numerador y denominador de una fracción por un número entero, distinto de cero, se obtiene otra fracción equivalente a la dada.

POR CADA NÚMERO RACIONAL HAY INFINITAS FRACCIONES EQUIVALENTES QUE LO REPRESENTAN

Amplificación: se le llama así al proceso de multiplicar numerador y denominador por un mismo número, y cuando hacemos esto se dice que estamos amplificando la fracción a otra equivalente.

$$\frac{5}{4} \qquad \frac{10}{8}$$

Multiplico numerador y denominador por 2

Simplificación: se le llama así al proceso de dividir numerador y denominador por un mismo número, y cuando hacemos esto se dice que estamos simplificando la fracción a otra equivalente.

$$\frac{25}{20} \qquad \frac{5}{4}$$

Divido numerador y denominador por 5

Cuando el numerador y el denominador no tienen un divisor común decimos que la fracción es irreducible. En el ejemplo $\frac{5}{4}$ es una **fracción irreducible.**

Otra forma de representar los números racionales es con los números decimales con cantidad finita de cifras decimales o con infinitas cifras decimales, pero periódicas.

Por tanto, los números racionales se caracterizan por tener una escritura decimal que solo puede ser de tres tipos:

- **Exacta:** la parte decimal tiene un número finito de cifras. Al no ser significativos, los ceros a la derecha del separador decimal pueden omitirse, lo que da por resultado una expresión finita.

  Para pasarse un número que tiene expresión decimal finita a fracción , se coloca el número sin la coma en el numerador, y en el denominador un uno (1) seguido de tantos ceros como cifras decimales tenga el número. Ejemplos

  $$1,6 = \frac{16}{10} \quad , \quad 23,4 = \frac{234}{10} \quad , \quad 32,265 = \frac{32265}{1000}$$

- **Periódica pura:** toda la parte decimal se repite indefinidamente.

  Para expresar un número que tiene expresión decimal periódica pura en fracción, se coloca en el numerador el número sin la coma y se le resta el número formado por las cifras que no están afectadas por el período, en el denominador se colocan tantos nueves como cifras periódicas haya . Ejemplos

  $$\widehat{0,6} = 0,666 \ldots = \frac{6}{9} \quad , \quad 1,\hat{3} = 1,333 \ldots = \frac{13-1}{9} = \frac{12}{9}, \quad 21,\widehat{25} = 21,252525 \ldots = \frac{2125-21}{99} = \frac{2104}{99}$$

- **Periódica mixta:** no toda la parte decimal se repite.

  Para expresar un número que tiene expresión decimal periódica mixta en fracción, se coloca en el numerador el número sin la coma y se le resta el número formado por las cifras que no están afectadas por el período, en el denominador se colocan tantos nueves como cifras periódicas haya y tantos ceros como cifras no periódicas decimales existan. Ejemplos

  $$-2,3\hat{4} = 2,3444 \ldots = \frac{234-23}{90} = \frac{211}{90}, \quad 23,13\widehat{42} = 23,13424242 \ldots = \frac{231342-2313}{9900} = \frac{229029}{9900}$$

video de :
cómo convertir decimales a fracción (decimales finitos)
https://youtu.be/q9iD9yck3IA
cómo convertir decimal periódico mixto a fracción
https://youtu.be/59vzMf9QefM

REDONDEO Y TRUNCAMIENTO

Si utilizamos la calculadora para hallar la expresión decimal de 2/3 vamos a ver que en algunas aparece 0,66666 y en otras 0,666667. Lo que hace cualquier calculadora es da una aproximación del número $0,\hat{6}$, que es la expresión decimal de 2/3. Ni el 0,66666 ni el 0,66667 son la expresión decimal de dicha fracción, sino que **son aproximaciones** de $0,\hat{6}$. Para hacerlo, en algunas calculadoras se redondea y en otras se trunca. Veamos cuál es la diferencia:

Para aproximar una expresión decimal a una cifra decimal *n*, se pueden usar los siguientes métodos:

Por TRUNCAMIENTO → Truncar significa "cortar" ese número en una cifra dada y desechar las siguientes. Es decir, se dejan las primeras *n* cifras y se suprimen las otras
Ejemplo:

- 5,324 aproximado por truncamiento a los décimos es 5,3
- 5,324 aproximado por truncamiento a los centésimos es 5,**32**

Por REDONDEO → Redondear un número quiere decir reducir el número de cifras manteniendo un valor parecido. Para ello se debe mirar la cifra decimal a eliminar: Si ésta es menor que cinco, entonces la cifra a su izquierda se mantiene igual y se desechan las siguientes; en cambio, si es mayor o igual que cinco, a la cifra *n* se le debe sumar uno y las demás se desechan.
Ejemplo:

- 1,762 aproximado por redondeo a los décimos es 1,**8** (porque la cifra que sigue es 6, que es mayor que 5)
- 1,762 aproximado por redondeo a los centésimos es 1,**76** (porque la cifra que sigue es 2 y es menor que 5)

ACTIVIDAD N° 2: Completar el siguiente cuadro

	Aproximación por redondeo			**Aproximación por truncamiento**		
	Parte entera	**décimo**	**centésimo**	**Parte entera**	**décimo**	**centésimo**
$1,\widehat{9}$						
2,3546						
0,372						
72,523						

Operaciones con racionales

Suma de fracciones de igual denominador:
En este caso, la suma resulta muy sencilla, ya que tan solo tenemos que sumar los numeradores dejando el mismo denominador que tienen en común.

Por ejemplo:

$$\frac{5}{3} + \frac{2}{3}$$

Nos fijamos en que las dos fracciones tienen el mismo denominador, por lo tanto, solo tenemos que sumar los numeradores, dejando el mismo denominador.

$$\frac{5}{3} + \frac{2}{3} = \frac{5+2}{3} = \frac{7}{3}$$

Suma de fracciones con distinto denominador:

En este caso, debemos **expresar las dos fracciones con el mismo denominador**. ¿Cómo lo hacemos? Debemos calcular el **mínimo común múltiplo (m.c.m)** entre los 2 denominadores. Una vez cambiados los denominadores, ¿qué hacemos con los numeradores? Debemos reescribirlos siendo el resultado una **fracción equivalente** a la primera. Una vez que tengamos las dos fracciones escritas con el denominador común ya podemos sumarlas, tal y como hemos hecho en el apartado anterior. Ejemplo:

$$\frac{2}{5} + \frac{4}{6}$$

Para poder realizar esta suma debemos calcular primero el m.c.m entre 5 y 6.

m.c.m (5, 6) = 30

Por lo tanto, el nuevo denominador de las fracciones será 30.

$$\frac{2}{5} + \frac{4}{6} = \frac{}{30} + \frac{}{30}$$

Ahora debemos encontrar las fracciones equivalentes: hay que multiplicar al numerador por el mismo número que al denominador:

$$\frac{2}{5 \xrightarrow{x6}} = \frac{}{30} \quad \Rightarrow \quad \frac{2 \xrightarrow{x6}}{5 \xrightarrow{x6}} = \frac{12}{30}$$

$$\frac{4}{6 \xrightarrow{x5}} = \frac{}{30} \quad \Rightarrow \quad \frac{4 \xrightarrow{x5}}{6 \xrightarrow{x5}} = \frac{20}{30}$$

Ahora ya podemos realizar la suma de las fracciones.

$$\frac{2}{5}+\frac{4}{6}=\frac{12}{30}+\frac{20}{30}=\frac{32}{30}$$

Por último, simplificamos la fracción dividiendo por 2 el numerador y el denominador:

$$\frac{32}{30}=\frac{16}{15}$$

Divido numerador y denominador por 2

Multiplicación de fracciones

Para multiplicar fracciones, se multiplican por un lado los numeradores y por otro los denominadores
En el siguiente ejemplo se multiplican las fracciones 1/3 y 2/6, se identifican los numeradores de ambas fracciones que corresponden a 1 y 2, se multiplican y se coloca el resultado en el numerador. Ahora se identifican los denominadores de ambas fracciones que corresponden a 3 y 6, se multiplican y se coloca el resultado en el denominador.

$$\frac{1}{3}.\frac{2}{6}=\frac{1.2}{3.6}=\frac{2}{18}$$

El resultado de 2/18 se puede simplificar, dividimos por 2 el numerador y el denominador.

$$\frac{2}{18}=\frac{1}{9}$$

NOTA: La fracción 2/18 y 1/9 son equivalentes porque representan la misma cantidad.

A veces es conveniente simplificar cualquier numerador con cualquier denominador antes de multiplicar.

$$\frac{1}{3}.\frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{3}{\cancel{6}}}=\frac{1.1}{3.3}=\frac{1}{9}$$

Otro ejemplo:

$$\frac{\overset{2}{\cancel{4}}}{3}.\frac{7}{\underset{3}{\cancel{6}}}=\frac{2.7}{3.3}=\frac{14}{9}$$

Propiedades de existencia de elemento inverso

El producto de número racionales cumple con todas las propiedades mencionadas para el caso de los números enteros, pero además, para cada racional $\frac{a}{b}$, con $a \neq 0$ existe su inverso $\frac{b}{a}$, tal que $\frac{a}{b} . \frac{b}{a} = 1$

A partir de esto se deduce que en el producto de fracciones, se pueden **simplificar** numerador con denominador.

División de fracciones:

Para dividir fracciones, se multiplica la primera fracción por la inversa de la segunda

1. Invertir la segunda fracción, es decir, cambiar el numerador por el denominador y viceversa.
2. Simplificar cualquier numerador con cualquier denominador.
3. Multiplicar en línea.

Ejemplo:

$$\frac{5}{2} : \frac{10}{7} =$$

- Invertir la segunda fracción, es decir, cambiar el numerador por el denominador y viceversa.

$$\frac{5}{2} : \frac{10}{7} = \frac{5}{2} . \frac{7}{10}$$

- Simplificar cualquier numerador con cualquier denominador.

  En este caso se simplifica por 5 tanto al numerador de la fracción multiplicando como al denominador de la fracción multiplicador

$$\frac{5}{2} : \frac{10}{7} = \frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{2} . \frac{7}{\underset{2}{\cancel{10}}}$$

- Multiplicar en línea.

$$\frac{5}{2} : \frac{10}{7} = \frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{2} . \frac{7}{\underset{2}{\cancel{10}}} = \frac{1.7}{2.2} = \mathbf{\frac{7}{4}}$$

Video de ejercicios resuelto
https://youtu.be/qLUKHSIvfhg

ACTIVIDAD N° 3
Resolver los siguientes ejercicios con números racionales

a) $\frac{5}{7} + \frac{2}{7} - \frac{4}{7} =$ **b)** $\frac{5}{4} + 0,\hat{3} =$ **c)** $\frac{3}{2} + \frac{5}{4} - \frac{2}{3} =$

d) $\frac{18}{5} . \frac{15}{20} =$ **e)** $\frac{4}{9} . \left(-\frac{6}{8}\right) =$ **f)** $\frac{18}{24} : \frac{9}{4} =$

g) $\frac{5}{2}:\frac{15}{4}-\frac{14}{9}.\frac{3}{21}=$ **h)** $\left[2.(-3)+\frac{16}{4}\right]:(-2)=$ **i)** $\left[\frac{12-3}{-6+9}+(-7)\right].(-11+7)-(2-8)=$

j) $\frac{12}{4}.\frac{75}{25}-\left(3+0,\hat{6}\right)=$ **k)** $0,\hat{3}.\left(\frac{1}{3}+\frac{3}{2}\right)-\frac{25}{6}.\frac{3}{5}=$

l) Jorge tenía $ 120.000 al salir de su casa. Le prestó a un amigo 1/3 de esa cantidad, gastó en ir de compras ½ de lo que le prestó al amigo y guardó en el banco 2/5 de lo que gastó en ir de compras ¿Con cuánto dinero volvió a la casa?

m) Roberto tenía ahorrado $200.000. El primer trimestre del año gastó la mitad de lo que tenía ahorrado. El segundo trimestre gastó la mitad de lo que le quedaba. El tercer trimestre gastó la mitad de lo que le quedaba y el cuarto trimestre gastó la mitad del nuevo resto. ¿Cuánto dinero le quedó al acabar el año?

CÁLCULO DE PORCENTAJES

Una aplicación muy común de las fracciones lo constituye el cálculo de porcentajes

Un determinado porcentaje es la parte de un todo y se denota con el símbolo %. La idea en que se basa es que el total está dividido en 100 partes.
La manera clásica de calcular un porcentaje es multiplicar la cantidad inicial por el porcentaje que se quiere conocer y, después, dividir ese resultado por 100.

Otros símbolos relacionados incluyen ‰ (por mil) y ‱ (por diez mil), que indican que un número se divide por mil o diez mil, respectivamente.

Ejemplo:

Se realizó una compra en una zapatería por $40.000. A ese importe hay que agregarle el 21% del IVA, ¿Cuánto es el monto a pagar de IVA?

$$\frac{21}{100}.40.000=8.400$$

Otra forma es usando regla de tres simple

Porcentaje	Cantidad
100	40.000
21	X=21*40.000/100=8.400

Los números que están en diagonal se multiplican (en este caso 21*40.000) y el que queda solo (en este caso 100) divide.

Video sobre porcentaje:
https://youtu.be/PjXpBwI6P0M

ACTIVIDAD N° 4:

a) Un comerciante que se dedica al rubro de indumentaria deportiva, compra mercadería por un valor de $115.000 y después de venderlo obtiene un beneficio total de $55.365¿Qué porcentaje representa el beneficio sobre el total de la compra? ¿Cuánto dinero obtuvo por la venta total de la mercadería?

b) La Señora González gana el premio de la lotería, el mismo asciende a $1.700.000 y decide repartirlo entre sus cuatro hijos: $400.000 al mayor, $300.000 al segundo, $150.000 al tercero y $120.000 al menor. ¿Qué porcentaje del premio le queda luego de repartir? ¿Y qué porcentaje le dio a cada uno de sus hijos? ¿Cuánto representa lo que le dio al tercero en relación de lo que le dio al segundo de sus hijos?

c) El señor Gómez vendió 15 pack de gaseosa, si en cada pack hay 6 gaseosas y cada gaseosa vale $60. ¿Cuánto dinero obtuvo el señor Gómez? ¿Si el precio incluye una ganancia del 20% sobre el costo, a cuánto asciende la misma?

ACTIVIDAD N°5:

En a), b) y c), expresar el resultado en números fraccionarios y decimales redondeando a los centésimos.

a) $\frac{3}{4}$ de 24 **b)** $\frac{4}{3}$ de $\frac{2}{3}$ **c)** $\frac{1}{2}$ de 0,25

d) 10 $^{0}/_{0}$ de 500 **e)** 100 $^{0}/_{00}$ de 500 **f)** 0,10 $^{0}/_{0}$ de 10.000

g) 175 % de 200 **h)** 75 $^{0}/_{0}$ de 200 **i)** 100% de 200 + 75% de 200

ACTIVIDAD N°6:

El siguiente gráfico muestra el precio de la soja (pesos) en pizarra de la Cámara Arbitral de Cereales de la Bolsa de Comercio de Rosario entre el 3 y el 25 de Julio del corriente año, en aquellos días en que efectivamente hubo cotización. A partir de la observación del mismo se pide que responda:

a) La cotización del día 21/07 está …………………. por encima de la del día 05/07.

b) La caída del día 06/07 respecto del inmediato anterior representó un ………………

c) La cotización del día 25/07 representa el ………………… respecto de los $93.000 del día 04/07.

d) La cotización del día 04/07 representa un …………………. respecto de los $95.000 del día 19/07.

e) La suba del día 20/07 al 21/07 implicó ………….. de aumento y representa un ………… del precio logrado el 21/07.

PONTENCIA

Dado un número racional **a** y un número natural **n**, llamamos potencia enésima de **a** al número que se obtiene de multiplicar **a** por sí mismo tantas veces como indique **n**.

$$a^n = \underbrace{a.a.a.a\ldots\ldots a}_{n\ veces}$$

Se lee ¨**a elevado a la n**¨. El número **a** se denomina **base** y **n** recibe el nombre de **exponente.**

Como la potencia indica el producto de **n** veces un mismo factor, para su cálculo aplicamos la regla de signo de la multiplicación.

POTENCIA	BASE	EXPONENTE	RESULTADO
2^2=2.2=4	Positiva	Par	Positiva
$(-2)^2$= (-2).(-2)=4	Negativa	Par	Positivo
2^3=2.2.2=8	Positiva	Impar	Positiva
$(-2)^3$=(-2).(-2).(-2)= -8	Negativa	Impar	Negativa

No hemos realizado la demostración, pero podemos observar en la tabla anterior y generalizar que **la potencia solo es negativa cuando la base es negativa y el exponente impar.**

La operación inversa de la potencia es la **radicación.**

RADICACIÓN

Dado un número racional **a** y un **n** natural, llamamos **raíz enésima de "a"** al número "**b"** que, elevado a la "**n"** nos da "**a",** exceptuando el caso en que $\mathbf{a < 0 \ y \ n}$ **par**

En símbolos:

$$\sqrt[n]{\boldsymbol{a}} = \boldsymbol{b} \quad \leftrightarrow \quad \boldsymbol{b^n} = \boldsymbol{a}$$

Donde $\sqrt{}$ es el operador **radical**, $\mathbf{a}$ es el **radicando** y n es el **índice de la raíz.**

Ejemplo

$$\sqrt[3]{(-\mathbf{1})} = -\mathbf{1} \text{ pues } \mathbf{(-1)^3 = -1}$$

El índice debe ser un número entero positivo. Cuando el índice es igual a 2, usualmente no se escribe, y la expresión recibe el nombre de raíz cuadrada (por ejemplo $\sqrt{a}$ es la raíz cuadrada de $\boldsymbol{a}$). Si el índice es igual a 3, la expresión se denomina raíz cúbica (por ejemplo $\sqrt[3]{b}$ es la raíz cúbica de b).

¿Es siempre posible la radicación en $\mathbb{R}$?

Analicemos el siguiente ejemplo para dar respuesta a esta pregunta.

Para calcular $\sqrt{-9}$ tenemos que encontrar un número que elevado al cuadrado sea igual a- 9 .

¿Existe algún número real que verifique esa condición? Evidentemente no, ya que el cuadrado de un número real distinto de cero siempre es positivo.

Entonces$\sqrt{-9}$ no tiene solución en $\mathbb{R}$. En general, esto va a cumplirse para cualquier raíz de índice par y radicando negativo.

En caso de ser posible su cálculo en $\mathbb{R}$, ¿cuántas respuestas obtenemos?

Volvemos a plantear algunos ejemplos para dar respuesta a este interrogante.

$\sqrt[3]{64}$ = 4 $\leftrightarrow$ $4^3 = 64$

$\sqrt[3]{-64}$ =- 4 $\leftrightarrow$ $(-4)^3 = -64$

Cuando calculamos $\sqrt[4]{16}$ encontramos dos respuestas.

Éstas son 2 y - 2, ya que $2^4 = 16$ y $(-2)^4 = 16$.

Simbólicamente decimos: $\sqrt[4]{16} \ \pm 2 \leftrightarrow \ (\pm 2)^4 = 16$

Sin embargo, utilizaremos aquí una convención que dice que, **si se debe onsiderar el doble signo en una raíz de índice par y radicando positivo, se indicará**

explícitamente con el símbolo correspondiente ($\pm$) delante del signo radical, de lo contrario se considerará sólo la raíz positiva.

Todo lo antedicho puede resumirse diciendo:

1) Si el índice es par y el radicando es negativo, la raíz no tiene solución en $\mathbb{R}$.

2) Si el índice es impar, la raíz real es única y tiene el signo del radicando.

3) Si el índice es par y el radicando es positivo, existen dos raíces reales opuestas (aunque por convención, si no se indica el doble signo explícitamente, se considera la raíz positiva).

<u>ACTIVIDAD N° 7:</u>

a) $3^3 =$ **b)**$(-3)^3 =$ $\boldsymbol{c})\ -3^3 =$ d)$\left(-\frac{2}{3}\right)^2 =$

e)$\sqrt[3]{-\frac{8}{27}} =$ $\boldsymbol{f})\ -\sqrt{\frac{1}{49}} =$ g)$\sqrt[4]{-81} =$

La introducción de los números fraccionarios soluciona el problema de la división no exacta, pero la operación de radicación presenta un nuevo inconveniente.
Si el resultado de la radicación se puede expresar como cociente de dos enteros, diremos que la radicación se puede realizar en el conjunto de los números racionales.
Ejemplo:

$$\sqrt{\mathbf{\frac{16}{25}}} = \mathbf{\frac{4}{5}}$$

Pero esto no siempre es posible:

- Un número con infinitas cifras decimales no periódicas no puede ser transformado en un cociente de enteros.
- Las raíces no exactas como $\sqrt{\mathbf{2}}$, no se puede expresar como un cociente de enteros y por lo tanto no es un número racional.

Estas observaciones nos llevan a definir un nuevo conjunto numérico: los números **irracionales**

> Los **números irracionales** son aquellos que no pueden expresarse como el cociente de dos números enteros y su expresión decimal es infinita no periódica. Se simboliza con la letra **I**.

Ejemplos:

- El número **π** , que corresponde a la relación entre el perímetro de una circunferencia y su diámetro.

π= 3,1415926535…

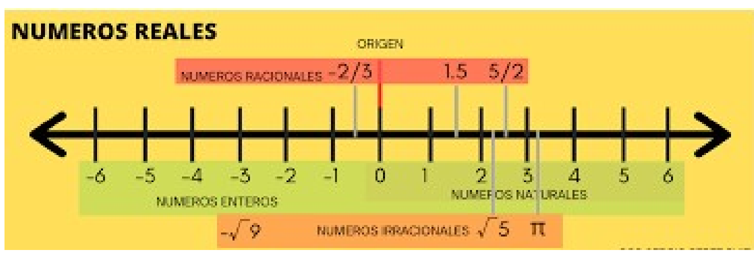
- Número **e** base de los logaritmos neperianos o naturales

e=2,71828184…

- $\sqrt{2}$= 1,41412135623, $\sqrt{3}$= 1,732050808 existen más ejemplos de números que no se pueden expresar como cociente de dos números enteros.

➢ **Números reales.** El conjunto de los **números reales** está formados por los números racionales y los números irracionales. Se simboliza con la letra **R**.

Los números reales llenan por completo la recta numérica, por eso se la llama recta real. A cada punto de la recta le corresponde un número real, y a cada número real un punto en la recta.



Relaciones de orden en los reales

La relación está basada en el orden natural de los números reales en la recta numérica. Si **a** está a la izquierda de **b** en la recta numérica, decimos que **a < b** , si **a** está a la derecha de **b** en la recta numérica decimos que **a > b** y si **a** y **b** están en la misma posición decimo que **a = b**

En términos matemáticos decimos que tenemos una **igualdad** cuando **a = b** y estamos frente a una **desigualdad** cuando:

a < b (a menor a b)
a > b (a mayor a b)
a ≤ b (a es menor o igual a b)
a ≥ b (a es mayor o igual a b)

ACTIVIDAD N° 8:

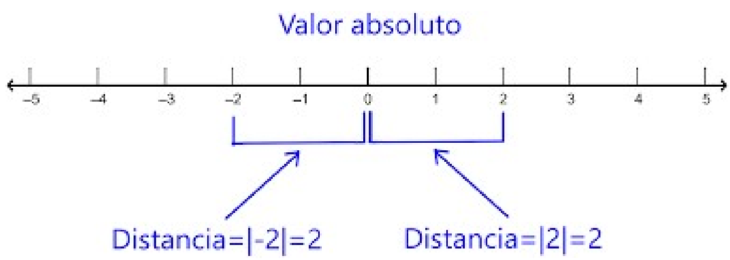
Ordenar de menor a mayor los siguientes números reales

$a)\ \frac{9}{4}; -\frac{2}{3}; -\frac{10}{2}; \frac{7}{10}; \frac{3}{8}; \frac{9}{9}$

$b)\quad \sqrt{12};\ \sqrt{\frac{4}{5}};\ 4,\hat{3};\ \pi$

Valor absoluto de un número real

El valor absoluto de un número real $\mathbf{a}$ se denota como $|\mathbf{a}|$, puede interpretarse como la distancia de $\mathbf{a}$ al origen en la recta númerica, el valor absoluto de $\mathbf{a}$ es un valor no negativo,



Algunas propiedades del valor absoluto

- Un número y su opuesto tienen el mismo valor absoluto.

$$|a| = |-a|$$

- El valor absoluto del producto es igual al producto de los valores absoluto de los factores.

$$|a.b| = |a|.|b|$$

- El valor absoluto de la suma es menor o igual a la suma de los valores absolutos

$$|a+b| \leq |a| + |b|$$

ACTIVIDAD N° 9:

Calcular el valor absoluto en cada caso.

a) $|-9| =$ $\quad$ $\boldsymbol{b})|8| =$ $\quad$ **c)** $|0| =$ $\quad$ **d)** $|2-9| =$ $\quad$ $\boldsymbol{e})|2| - |9| =$

Operaciones con números reales

Hemos definido los conjuntos numéricos y las operaciones algebraicas rescatando la terminología matemática apropiada para cada una de ellas. Las operaciones definidas en los números racionales se extienden al conjunto de los números reales.

En el siguiente cuadro se resume las propiedades que se tienen presente al sumar o multiplicar números reales

PROPIEDADES	SUMA	PRODUCTO
Conmutativa	a+b=b+a	a.b=b.a
Asociativa	(a+b) +c = a +(b+c)	(a.b).c=a.(b.c)
Elemento neutro	0 es el neutro de la suma: para todo **a** real a+0=0+a=a	1 es el neutro del producto para todo **a** real a.1=1.a=a
Existencia del inverso	Inverso aditivo u opuesto de **a** es –a a+(-a)= (-a)+a=0	Inverso multiplicativo de **a** (para cada real a≠0) es $\mathbf{\frac{1}{a}}$ $a.\frac{1}{a}=\frac{1}{a}.a=1$
Distributiva del producto respecto a la suma	a.(b+c)= a.b +a.c	

Algunas propiedades de la **Potencia**

PROPIEDADES DE LA POTENCIA	EN SÍMBOLO	EJEMPLO
Es **distributiva** respecto del producto	$(a.b)^n=a^n.b^n$	$(2.3)^4=2^4.3^4$
Es **distributiva** respecto a la división	$\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$	$\left(\frac{2}{3}\right)^4=\frac{2^4}{3^4}$
El **producto de dos o más potencias de igual base** es igual a otra potencia de la misma base, cuyo exponente es la suma delos exponentes de las potencias dadas.	$a^n.a^m=a^{n+m}$	$2^3.2^4=2^{3+4}=2^7$
El **cociente de potencias de igual base** es igual a otra potencia de la misma base, cuyo exponente es la diferencia entre la potencia del numerador y la del denominador.	$\frac{a^n}{a^m}=a^{n-m}$	$\frac{2^5}{2^3}=2^{5-3}=2^2$
La potencia de una potencia es igual a otra potencia de la misma base elevada al producto de los exponentes	$a^{m^n}=a^{n.m}$	$2^{3^4}=2^{3.4}=2^{12}$
Toda **potencia de base cero y exponente distinto de cero** es igual a cero	$0^n=0$ para $n\neq 0$	$0^3=0$
Toda **potencia de exponente cero y base distinta de cero** es igual a uno	$a^0=1$ para $a\neq 0$	$3^0=1$
El **cero como base y exponente** no está definido	$0^0=$ $no\ está\ definido$	
La potencia de con exponente negativo, es igual al inverso del número elevado a exponente positivo	$a^{-n}=\left(\frac{1}{a}\right)^n$ para $a\neq 0$	$2^{-3}=\left(\frac{1}{2}\right)^3$

PROPIEDADES DE LA POTENCIA	EN SÍMBOLO	EJEMPLO
Toda **potencia de exponente fraccionario (n/m)** es igual al radical cuyo índice es el denominador del exponente (m) y cuyo radicando es la base de la potencia (a) elevada al numerador del exponente dado (n)	$a^{\frac{n}{m}} = \sqrt[m]{a^n}$ $a \geq 0 \wedge m, n \in \mathbb{N}$	$16^{\frac{3}{2}} = \sqrt[2]{16^3}$

La potenciación no es distributiva respecto de la suma ni de la resta.
$(a+b)^2 \neq a^2 + b^2$
$(a - b)^2 \neq a^2 - b^2$

Video sobre propiedades de la potencia:

https://youtu.be/bnwBXIcIi2k
https://youtu.be/tNer3cNu3iA

Notación Científica

Existen números tan grandes y tan pequeños que dificultan su lectura y escritura, es por ello que se utiliza la **notación científica** que nos permite abreviarlos. Veamos de qué se trata:

La misma consiste en multiplicar **un coeficiente mayor o igual que 1 y menor que 10** por una **potencia de 10** con exponente positivo o negativo, dependiendo su tamaño. Este exponente es el que nos indica cuántos "lugares" se va a correr la coma hacia la derecha si es positivo debido a que aumenta su valor, o hacia la izquierda si es negativo debido a que disminuye su valor.

$1{,}5 \,.\, 10^8 = 150000000,$

8 lugares hacia la derecha

Como el exponente es positivo, nos esta indicando que debemos correr la coma 8 lugares hacia la derecha.

$2{,}1 .\, 10^{-6} = 0{,}0000021$

6 lugares hacia la izquierda

Como el exponente es negativo, nos está indicando que debemos correr la coma 6 lugares hacia la izquierda.
Al ser potencia negativa, en realidad, estamos dividiendo por una potencia de 10. Por ello el número disminuye:

$$1 \,.\left(\frac{1}{10}\right)^6 = 2{,}1 \,.\left(\frac{1}{1000000}\right)$$

<u>ACTIVIDAD N°10</u>

El profesor de Matemática le entregó a Federico una tarea en donde le marcó solo los ejercicios que estaban mal resueltos, pero no explicó cuáles fueron los errores. Escribir en cada ejercicio mal hecho, cuál fue el error que cometió Federico y luego háganlo correctamente:

a) 1.200.000=12.10^5 (M) **c)** 0,000054=$5{,}4 \,.10^{-5}$ (B)
b) 15.400.000=$1{,}54 \,.10^7$ (B) **d)** 0,00000025=$2{,}5 \,.10^7$ (M)
e) 1.580.000.000=$1{,}5 \,.10^{-9}$ (M) **f)** 0,000031=$31 \,.10^{-6}$ (M)

Algunas propiedades de la **Radicación**

PROPIEDADES DE LA RADICACIÓN	EN SÍMBOLO	EJEMPLO
Es distributiva respecto del producto	$\sqrt[n]{a.b}=\sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{b}$ $a\geq 0\wedge b\geq 0\ \wedge n, \in N$	$\sqrt[3]{8.27}=\sqrt[3]{8}.\sqrt[3]{27}$
Es distributiva con respecto a la división	$\sqrt[n]{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ $a\geq 0\wedge b\geq 0\ \wedge n, \in N$	$\sqrt[3]{\frac{27}{8}}=\frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{8}}$
La raíz de índice m de la raíz enésima n de un número real es igual a la raíz de índice n.m de dicho número	$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}=\sqrt[n.m]{a}$ $a\geq 0\ \wedge n,m\in N$	$\sqrt[3]{\sqrt[2]{64}}=\sqrt[2.3]{64}=2$
Invariante	$\sqrt[m]{a^n}\ =\sqrt[mk]{a^{nk}}$ $\sqrt[m]{a^n}\ =\sqrt[m:k]{a^{n:k}}$ $a\geq 0\wedge n,m,k\in N$	$\sqrt[6]{4^3}\ =\sqrt[6:3]{4^{3:3}}$ $=\sqrt[2]{4}\ =2$
La **radicación no es distributiva** respecto a la suma ni a la resta	$\sqrt[3]{a\pm b}\neq\sqrt[3]{a}\pm\sqrt[3]{b}$	$\sqrt[3]{16\pm 9}$ $\neq\sqrt[3]{16}\pm\sqrt[3]{9}$

En el caso de radicandos negativos estas propiedades no siempre se cumplen y hay que considerar cada caso individualmente.

Video sobre propiedades de la radicación
https://youtu.be/GgVW0-Yre9Q

video de ejercicios resueltos:
https://youtu.be/X5Kjvvr1jvQ?list=PL9SnRnIzoyX1MVuXSqPt2Q_gxC8RGclu_

Suma y resta de radicales:

- Cuando tenemos radicales "semejantes", podemos resolver la suma o la resta usando la propiedad asociativa y agrupando los términos semejantes. Los radicales semejantes son los que tienen el mismo radicando e índice.

  Ejemplos:

$$\sqrt[n]{a}+\sqrt[n]{a}=2\sqrt[n]{a} \qquad 3\sqrt[n]{a}-\sqrt[n]{a}=2\sqrt[n]{a} \qquad \sqrt[n]{a}-5\sqrt[n]{a}=-4\sqrt[n]{a}$$

- Si los radicales no son semejantes, la suma o la resta sólo puede ser indicada.

  Ejemplos:

$$5\sqrt{a}-\sqrt{b}\ =\ 5\sqrt{a}-\sqrt{b}$$
$$\sqrt{a}+\sqrt[3]{a}\ =\ \sqrt{a}+\sqrt[3]{a}$$

ACTIVIDAD N°11:

Resolver aplicando propiedades cuando corresponda.

a) $(5+3)^2$

b) $\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^3 .(-\frac{1}{2})^2.4\right].(-1) =$

c) $[(-1)^7]^3 : [(-1)^3]^5 + \{[(-1)^2]^5\}^3 . \{[(-1)^3]^5\}^8 - [(-1)^3]^4 =$

d) $\sqrt[4]{2^3.2} - \sqrt[5]{(-2)^6 : (-2)} + \sqrt[3]{(-4^2).(-4)} =$

e) $\left[\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot 5^{\frac{3}{2}} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{-\frac{1}{3}} : 5^{\frac{1}{2}}\right]^{-\frac{3}{2}} =$

f) $3\sqrt[3]{b} + 2\sqrt[3]{b} =$

g) $\sqrt[3]{a^4} + 2a\sqrt[6]{a^2} - \frac{1}{3}\sqrt[6]{a^3} =$

h) $2^{-3}.\sqrt{3}.\sqrt{27} - \sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{\sqrt[4]{(5-3)^2 - 2^8.2^{-6}}} =$

i) $\sqrt{2-3^0} - \frac{1}{2}.(5^2 - (-3)^2)\sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} + 7(-1)^{44}}$

Racionalización del denominador

El transformar la raíz de un denominador en un número racional, obteniendo una fracción equivalente, es lo que llamamos **racionalización del denominador.**

Dado $\frac{\mathbf{a}}{\sqrt[\mathbf{m}]{\mathbf{b^n}}}$, para racionalizar el denominador, debemos multiplicar numerador y denominador por $\sqrt[\mathbf{m}]{\mathbf{b^{m-n}}}$

Porque:

$\frac{\mathbf{a}}{\sqrt[\mathbf{m}]{\mathbf{b^n}}} \cdot \frac{\sqrt[\mathbf{m}]{\mathbf{b^{m-n}}}}{\sqrt[\mathbf{m}]{\mathbf{b^{m-n}}}} = \frac{a.\sqrt[m]{\mathbf{b^{m-n}}}}{\sqrt[m]{b^{n+m-n}}} = \frac{a.\sqrt[m]{\mathbf{b^{m-n}}}}{\sqrt[m]{b^m}} = \frac{a.\sqrt[m]{\mathbf{b^{m-n}}}}{b}$, **b** *será el nuevo denominador*

Ejemplo racionalizar el denominador de:

$$\frac{5}{\sqrt[7]{9^3}}$$

$$\frac{5}{\sqrt[7]{9^3}}.\frac{\sqrt[7]{9^{7-3}}}{\sqrt[7]{9^{7-3}}}=\frac{5}{\sqrt[7]{9^3}}.\frac{\sqrt[7]{9^4}}{\sqrt[7]{9^4}}=\frac{5.\sqrt[7]{9^4}}{\sqrt[7]{9^{3+4}}}=\frac{5.\sqrt[7]{9^4}}{\sqrt[7]{9^7}}=\frac{5.\sqrt[7]{9^4}}{9}$$

ACTIVIDAD N°12

Racionalizar el denominador de las siguientes expresiones

$\boldsymbol{a})\ \frac{3}{\sqrt{18}}=$ $\qquad$ $b)\frac{7}{\sqrt[3]{3}}=$ $\qquad$ **c)** $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}=$

EJERCICIOS INTEGRADORES

ACTIVIDAD N°13

13.1) Indique a qué conjuntos numéricos más reducido pertenecen los números que se muestran a continuación? Intente escribirlos de otra forma.

- **a)** 3
- **b)** 0
- **c)** -6
- **d)** $\frac{23}{11}$
- **e)** $-\frac{1}{4}$
- **f)** $0{,}03$
- **g)** $5{,}5$
- **h)** $5,\widehat{3}$
- **i)** $0{,}2\widehat{3}$

13.2) Escriba en cada caso, si es posible, un ejemplo de número con las características consignadas y, de no ser posible, justifique por qué motivo no lo es.

- **a)** Es Real, no Natural
- **b)** Es Real, no Racional
- **c)** Es Natural, no Entero
- **d)** Es Entero, no Natural
- **e)** Es Natural, no Racional
- **f)** Es Racional y Entero

13.3) Indique si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y justifique.

- **a)** La suma de dos números naturales es siempre un número natural.
- **b)** El cociente entre dos números enteros es siempre un número entero.
- **c)** Existen infinitos números enteros entre -10 y el 50.
- **d)** Existe infinitos números racionales entre 1/3 y 1.
- **e)** La raíz cuadrada de todo número natural impar es siempre un número irracional.

13.4) Indique a continuación si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas

a) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

b) $\sqrt[n]{-b} = -b, \boldsymbol{si} \text{ ¨}\boldsymbol{n}\text{¨ } \boldsymbol{es\ par}$

c) $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

d) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

e) $(a+b)^n = a^n + b^n$

f) $[(b)^n]^m = b^{n+m}$

g) $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ *siendo* $a \neq 0$

h) $1^n = n$

13.5 Resuelva los siguientes problemas:

a) Me informan que he consumido ¾ del crédito en mi celular. Si pagué $ 2.500 ¿ Cuánto es el crédito que aún me queda?

b) Un viaje de egresados costó $400.000 por estudiante Pedro pagó 11/25 partes del viaje en efectivo y el 45% en 10 cuotas iguales pero previamente se había entregado una seña al momento del contrato ¿ Cuánto fue lo que Pedro pagó en efectivo, cuánto pagó en cuotas y de cuanto fue la seña?

c) Un pino puede vivir 500 años, un castaño puede vivir 1.500 años más que el pino, un plátano puede vivir 2.000 años más que un castaño y un baobab puede vivir 1.000 años más que un plátano. ¿Cuánto años puede vivir un baobab?

d) Pedro vende un terreno de 2500 m2 a $8.900 el m2 y recibe a cambio otro terreno de 1700 m2 a $10.000 el m2 ¿Cuánto dinero le deben abonar?

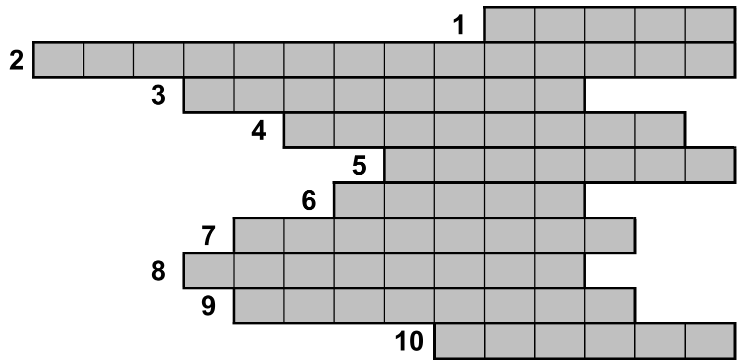
e) Mario compro 840 vacas a $3.000. Se murieron 25 y vendió el resto a $ 4.000. Que beneficio obtuvo de la operación.

f) Silvana gana $2.500 cada día que trabaja, si trabaja 6 días a la semana y cada semana gasta $7.250 ¿Cuánto dinero ahorrara en 7 semanas?

g) Pablo tiene alquilado un departamento de su propiedad por $75.000 diarios y un automóvil por $ 15.000 diarios. Si cada día gasta $3.000 en alojamiento y $1.000 en mantención. Pero los sábados y domingos los pasa invitado en la casa de sus padres, ¿Cuánto ahorrará en 12 semanas?

h) Antonio ha comprado 5 docenas de bolígrafos a $ 400 la docena y 6 docenas de lápices. Si cada docena de lápices cuesta la mitad de lo que cuesta la docena de bolígrafos más $30. ¿Cuánto se ha pagado en total?

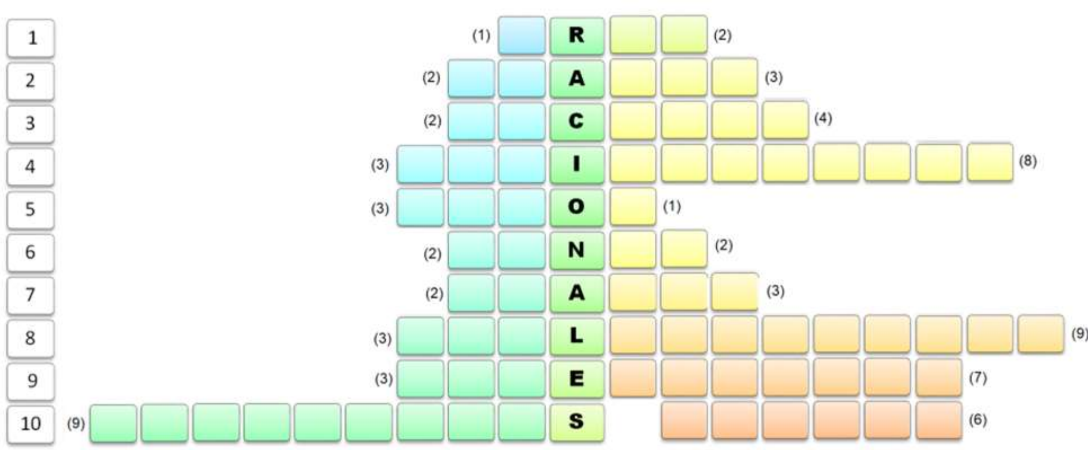
13.6) completa la siguiente grilla.



1) Signo matemático de relación, que colocado entre dos cantidades indica que la primera es más grande que la segunda.
2) Operación que representa una suma abreviada de sumandos iguales que se hace para encontrar productos.
3) Resultado de la multiplicación.
4) Primer componente en una resta o diferencia.
5) En una expresión algebraica se encuentran separados entre sí por signos de suma o resta (singular).
6) Cada uno de los dígitos que forman un número.
7) Resultado de la división.
8) Operación que representa un producto abreviado entre factores idénticos.
9) Denominación que se le da a los números que se multiplican entre sí.
10) Sustraer a una cantidad, otra menor, quitar, disminuir.

13.7) Completa el siguiente crucigrama.

Aclaración: los números entre paréntesis indican la cantidad de casilleros que hay a cada lado de la palabra "RACIONALES", para facilitarles el copiado.



REFERENCIAS

1) El denominador de la fracción $\frac{13}{3}$ es …
2) El numerador de la fracción $\frac{4}{30}$ es …
3) Al dividir el numerador de una fracción por su denominador se obtiene su expresión …
4) Las fracciones que representan una misma cantidad son …
5) Una fracción es mayor que un entero cuando el numerador es … que el denominador.
6) Si dos fracciones tienen igual numerador, es mayor la que tiene un denominador …
7) Una expresión decimal cuya parte decimal es finita se clasifica como …
8) El procedimiento en el cual se multiplica el numerador y denominador de una fracción por un mismo número se denomina …
9) Una fracción que no se puede simplificar es …
10) Las expresiones decimales que tienen una parte decimal finita y otra que se repite infinitamente se clasifican

SOLUCIÓN: A) LOS NÚMEROS Y SUS OPERACIONES

ACTIVIDAD 1:

Resolver las siguientes operaciones con números enteros.

a) { 15 – [10 – 3 – (10 – 4 - 1) – (-2)] + 4 – (3 – 1) } – 5 =
{ 15 – [10 – 3 – 5 + 2] + 4 – 2 } – 5 =
{ 15 – 4 + 4 – 2 } – 5 =
13 – 5 = 8

b) [- 4 . 3 + 4 – 15 : (-3)] . { [- 18 : (- 6)] . 2 – [(- 4 – 8) : (- 3)] } =
[- 12 + 4 – (-5)] . { [3] . 2 – [(-12) : (- 3)] } =
[- 12 + 4 – (-5)] . { 6 – [4] } =
[-3] . { 2 } = - 6

ACTIVIDAD N° 2: Completar el siguiente cuadro.

	Aproximación por redondeo			Aproximación por truncamiento		
	Parte entera	décimo	centésimo	Parte entera	décimo	centésimo
$1,\widehat{9}$	2	2,0	2,00	1	1,9	1,99
2,3546	2	2,4	2,35	2	2,3	2,35
0,372	0	0,4	0,37	0	0,3	0,37
72,523	73	72,5	72,52	72	72,5	72,52

ACTIVIDAD N° 3:

Resolver los siguientes ejercicios con números racionales

a) $\frac{5}{7}+\frac{2}{7}-\frac{4}{7}=\frac{5+2-4}{7}=\mathbf{\frac{3}{7}}$

b) $\frac{5}{4}+0,\hat{3}=\ \frac{5}{4}+\frac{3}{9}=\frac{5.9+3.4}{36}=\frac{45+}{36}=\frac{57}{36}\ =\ \frac{\mathbf{19}}{\mathbf{12}}=\mathbf{1,583}$ ...$=\mathbf{1,58\widehat{3}}$

c) $\frac{3}{2}+\frac{5}{4}-\frac{2}{3}=\frac{3.12+5.6-2.8}{24}=\frac{36+30-16}{24}=\frac{50}{24}=\frac{25}{12}=\mathbf{2,083}\ldots=\mathbf{2,08\widehat{3}}$

d) $\frac{18}{5}.\frac{15}{20}=\frac{\cancel{18}^{9}}{\cancel{5}^{1}}.\frac{\cancel{15}^{3}}{\cancel{20}^{10}}=9.\frac{3}{10}=\frac{27}{10}=\mathbf{2,7}$

e) $\frac{4}{9}.\left(-\frac{6}{8}\right)=\frac{1}{3}.\left(-\frac{2}{2}\right)=\frac{1}{3}(-1)=-\frac{1}{3}=\mathbf{-0,3}\ldots.=\mathbf{-0,\hat{3}}$

f) $\frac{18}{24}:\frac{9}{4}=\frac{3}{4}:\frac{9}{4}=\frac{1}{1}:\frac{3}{1}=\frac{1}{3}=\mathbf{0,3}\ldots=\mathbf{0.\hat{3}}$

g) $\frac{5}{2}:\frac{15}{4}-\frac{14}{9}.\frac{3}{21}=\ \frac{1}{1}:\frac{3}{2}-\frac{2}{3}.\frac{1}{3}=\frac{2}{3}-\frac{2}{9}=\frac{6-2}{9}=\frac{4}{9}=\mathbf{0,44}\ldots=\mathbf{0,\hat{4}}$

h) $\left[2.(-3)+\frac{16}{4}\right]:(-2)=\quad[-6+4]:(-2)=(-2):(-2)=\mathbf{1}$

i) $\left[\frac{12-3}{-6+9}+(-7)\right].(-11+7)-(2-8)=\left[\frac{9}{3}-7\right].(-4)-(-6)=$

$[3-7].(-4)-(-6)=(-4).(-4)+6=16+6=\mathbf{22}$

j) $\frac{12}{4}.\frac{75}{25}-\left(3+0,\hat{6}\right)=\ \frac{3}{1}.3-\left(3+\frac{6}{9}\right)=9-\left(3+\frac{2}{3}\right)=$

$9-\left(\frac{9+2}{3}\right)=9-\frac{11}{3}=\frac{27-11}{3}=\frac{16}{3}\ =\ \mathbf{5,3}\ldots=\mathbf{5,\hat{3}}$

k) $0,\hat{3}.\left(\frac{1}{3}+\frac{3}{2}\right)-\frac{25}{6}.\frac{3}{5}=\quad\frac{3}{9}.\left(\frac{2.1+3.3}{6}\right)-\frac{5}{2}.\frac{1}{1}=\quad\frac{1}{3}.\left(\frac{11}{6}\right)-\frac{5}{2}=$
$\frac{11}{18}-\frac{5}{2}=\frac{11-5.9}{18}=\frac{11-45}{18}=\frac{-34}{18}=\frac{-17}{9}=\mathbf{-1,8}\ldots.=-1,\hat{8}$

l) Jorge tenía \$ 120.000 al salir de su casa. Le prestó a un amigo 1/3 de esa cantidad, gastó en ir de compras ½ de lo que le prestó al amigo y guardó en el banco 2/5 de lo que gastó en ir de compras ¿Con cuánto dinero volvió a la casa?

- Tenía \$ 120.000
- Le prestó a su amigo \$120.000*1/3=\$ 40.000
- Gasto en ir de compras \$40.000*1/2= \$20.000
- Guardo en el banco \$20.000*2/5=\$8.000
- \$120.000 – \$40.000 – \$20.000 – \$8.000=\$52.000

Cuando volvió a su casa tenía \$ 52.000

m) Roberto tenía ahorrado \$200.000. El primer trimestre del año gastó la mitad de lo que tenía ahorrado. El segundo trimestre gastó la mitad de lo que le quedaba. El tercer trimestre gastó la mitad de lo que le quedaba y el cuarto trimestre gastó la mitad del nuevo resto. ¿Cuánto dinero le quedó al acabar el año?

- El primer trimestre gasto: \$200.000*1/2=\$100.000

- Le quedaba $100.000, el segundo trimestre gasto la mitad de lo que le quedaba:
- $100.000*1/2=$50.000
- Le quedaba $50.000, el tercer trimestre gasto la mitad de lo que le quedaba: $50.000*1/2=$25.000
- Le quedaba $25.000, el cuarto trimestre gasto la mitad de lo que le quedaba: $25.000*1/2=$12.500

Al acabar el año le quedo ahorrado $12.500

ACTIVIDAD N° 4:

a) Un comerciante que se dedica al rubro de indumentaria deportiva, compra mercadería por un valor de $115.000 y después de venderlo obtiene un beneficio total de $55.365¿Qué porcentaje representa el beneficio sobre el total de la compra? ¿Cuánto dinero obtuvo por la venta total de la mercadería?

- $\frac{\$55.365}{\$115.000} = 0{,}4814$
- El beneficio representa el 48,14 % sobre el total de la compra
- $ 115.000 + $ 55.365 = $ 170.365

Por la venta total de la mercadería obtuvo $170.365

b) La Señora González gana el premio de la lotería, el mismo asciende a $1.700.000 y decide repartirlo entre sus cuatro hijos: $400.000 al mayor, $300.000 al segundo, $150.000 al tercero y $120.000 al menor. ¿Qué porcentaje del premio le queda luego de repartir? ¿Y qué porcentaje le dio a cada uno de sus hijos? ¿Cuánto representa lo que le dio al tercero en relación de lo que le dio al segundo de sus hijos?

- $1.700.000 – $400.000 – $300.000 – $150.000 – $120.0000 = $730.000
- ($730.000/$1.700.000).100% = 42,94%
- Lo que le queda sin repartir asciende a $ 730.000 y representa el 42,94 % del premio
- (400.000 / 1.700.000).100% =23,53%
- Al hijo mayor le dio 23,53% del premio
- (300.000 / 1.700.000).100% = 17,65%
- Al segundo hijo le dio 17,65% del premio
- (150.000 / 1.700.000).100% = 8,82%
- Al tercer hijo le dio 8,82% del premio
- (120.000 / 1.700.000).100% = 7,06%
- Al hijo menor le dio 7,06% del premio
- (150.000/300.000).100% = 0,5

Lo que le dio al tercer hijo con respecto al segundo es el 50 %

c) El señor Gómez vendió 15 pack de gaseosa, si en cada pack hay 6 gaseosas y cada gaseosa vale $60. ¿Cuánto dinero obtuvo el señor Gómez? ¿Si el precio incluye una ganancia del 20% sobre el costo, a cuánto asciende la misma?

- El dinero que obtuvo el señor Gómez por la venta de 15 pack fue de $ 5.400 (15 pack x 6 gaseosas cada uno x $ 60 cada gaseosa)

- Si el pack incluye un 20 % de ganancia sobre el costo, el costo por gaseosa seria
  $ 50 (= 60/1,20) y la ganancia por cada gaseosa sería de $10.
- Por lo expuesto la ganancia total del sr. Gómez asciende a $ 900 (15 pack x 6 gaseosas cada uno x $ 10 cada gaseosa)

La ganancia total del Sr. Gómez asciende a $ 900.

ACTIVIDAD N°5:

En a), b) y c), expresar el resultado en números fraccionarios y decimales redondeando a los centésimos

a) $\frac{3}{4}$ de 24 = $\frac{3}{4}.24 = \mathbf{18}$

b) $\frac{4}{3}$ de $\frac{2}{3}$ = $\frac{4}{3}.\frac{2}{3} = \mathbf{\frac{8}{9}} = \mathbf{0,89}$

c) $\frac{1}{2}$ de 0,25 = $\frac{1}{2}.\frac{1}{4} = \mathbf{\frac{1}{8}} = \mathbf{0,1}3$

d) 10 $^{0}/_{0}$ de 500 = 10/100.(500)=**50**

e) 100 $^{0}/_{00}$ de 500 = 100/1.000.(500)=**50**

f) 0,10 $^{0}/_{0}$ de 10.000 = 0,10/100.(10.000)=**10**

g) 175 % de 200 = 175/100.(200)=**350**

h) 75 $^{0}/_{0}$ de 200 = 75/100.(200)=**150**

i) 100% de 200 + 75% de 200 = 100/100.(200)+75/100.(200) = 200+150=**350**

ACTIVIDAD N°6:

El siguiente gráfico muestra el precio de la soja (pesos) en pizarra de la Cámara Arbitral de Cereales de la Bolsa de Comercio de Rosario entre el 3 y el 25 de Julio del corriente año, en aquellos días en que efectivamente hubo cotización. A partir de la observación del mismo se pide que responda:

a) La cotización del día 21/07 está …**6,4516%**……. por encima de la del día 05/07.

b) La caída del día 06/07 respecto del inmediato anterior representó un ……**1,0752%**…

c) La cotización del día 25/07 representa el …**107,527%**…… respecto de los $93.000 del día 04/07.

d) La cotización del día 04/07 representa un ……**97,89%**… respecto de los $95.000 del día 19/07.

e) La suba del día 20/07 al 21/07 implicó **3,125%**. de aumento y representa un …**3,03%**…. del precio logrado el 21/07.

a) 21/07: 99.000 y 05/07:93.000
99.000-93.000=6.000
6.000/93.000*100%=6,4516%

b) 06/07: 92.000 y 05/07:93.000
92.000-93.000=-1.000
1.000/93.000*100%=1,07527%

c) 25/07: 100.000 y 04/07:93.000
100.000/93.000*100%=107,527%

d) 04/07: 93.000 y 19/07:95.000
93.000/95.000*100%=97,89%

e) 20/07: 96.000 y 21/07:99.000
99.000-96.000=3.000
3.000/96.000*100%=3,125%
3.000/99.000*100%=3,03%

ACTIVIDAD N° 7:

a) $3^3 = \mathbf{27}$
b) $(-3)^3 = -\mathbf{27}$
c) $-3^3 = -\mathbf{27}$
d) $\left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \mathbf{\frac{4}{9}}$
e) $\sqrt[3]{-\frac{8}{27}} = -\mathbf{\frac{2}{3}}$
$\boldsymbol{f})\ -\sqrt{\frac{1}{49}} = -\mathbf{\frac{1}{7}}$
$\boldsymbol{g})\sqrt[4]{\mathbf{-81}} = \boldsymbol{no\ tiene\ soluci\acute{o}n\ en\ R}$

ACTIVIDAD N° 8:

Ordenar de menor a mayor los iguientes números reales

a) $\frac{9}{4}; -\frac{2}{3}; -\frac{10}{2}; \frac{7}{10}; \frac{3}{8}; \frac{9}{9}$ Solución $-\mathbf{\frac{10}{2}}; -\mathbf{\frac{2}{3}}; \mathbf{\frac{3}{8}}; \mathbf{\frac{7}{10}}; \mathbf{\frac{9}{9}}; \mathbf{\frac{9}{4}}$

b) $\sqrt{12}; \sqrt{\frac{4}{5}}; 4,\hat{3}; \pi$ Solución $\sqrt{\frac{4}{5}}; \pi; \sqrt{12}; 4,\hat{3}$

ACTIVIDAD N° 9:

Calcular el valor absoluto en cada caso.

a) $|-9| = \mathbf{9}$ $\quad$ $\boldsymbol{b})|8| = \mathbf{8}$ $\quad$ **c)** $|0| = \mathbf{0}$ $\quad$ **d)** $|2-9| = \mathbf{7}$ $\quad$ $\boldsymbol{e})|2| - |9| = \mathbf{-7}$

ACTIVIDAD N°10

El profesor de Matemática le entregó a Federico una tarea en donde le marcó solo los ejercicios que estaban mal resueltos, pero no explicó cuáles fueron los errores. Escribir en cada ejercicio mal hecho, cuál fue el error que cometió Federico y luego háganlo correctamente:

a) 1.200.000=12.10^5 (M) la forma correcta es1,2.10^6
b) 15.400.000=1,54 .10^7 (B)
c) 0,000054=5,4 .10^{-5} (B)
d) 0,00000025=2,5 .10^7 (M) la forma correcta es 2,5 .10^{-7}
e) 1.580.000.000=1,5 .10^{-9} (M) la forma correcta es 1,5 .10^9
f) 0,000031=31 .10^{-6} (M) la forma correcta es 3,1 .10^{-5}

ACTIVIDAD N°11:

Resolver aplicando propiedades cuando corresponda.

a) $(5+3)^2 = 8^2 = \mathbf{64}$

b) $\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^3 . \left(-\frac{1}{2}\right)^2 . 4\right] . (-1) =$

$\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^{3+2} . 4\right] . (-1) =$ $\quad$ $\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^5 . 4\right] . (-1) =$ $\quad$ $\left[\left(-\frac{1}{32}\right) . 4\right] . (-1) =$

$\left[\left(-\frac{1}{\underbrace{\cancel{32}}_{8}}\right) . \overbrace{\cancel{4}}^{1}\right] . (-1) =$ $\quad$ $\left(-\frac{1}{8}\right) . (-1) = \mathbf{\frac{1}{8}}$ $\quad = \mathbf{0,125}$

c) [(-1)^7]^3 : [(-1)^3]^5 + { [(-1)^2]^5 }^{3} . { [(-1)^3]^5 }^{8} - [(-1)^3]^4 =

(-1)^{21} : (-1)^{15} + (-1)^{30} . (-1)^{120} - (-1)^{12} =
(-1)^6 + (-1)^{150} - (-1)^{12} =
1 + 1 - 1 = **1**

d) $\sqrt[4]{2^3.2} - \sqrt[5]{(-2)^6 : (-2)} + \sqrt[3]{(-4^2).(-4)}$ =

$\sqrt[4]{2^4} - \sqrt[5]{(-2)^5} + \sqrt[3]{-16.(-4) =}$
2 – (-2) + (4) =
2 + 2 + 4 = **8**

e) $\left[\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{1}{2}}\cdot 5^{\frac{3}{2}}\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^{-\frac{1}{3}}:5^{\frac{1}{2}}\right]^{-\frac{3}{2}} = \left[\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{1}{2}}.\left(\frac{1}{5}\right)^{-\frac{3}{2}}.\ \left(\frac{1}{5}\right)^{-\frac{1}{3}}:\ \left(\frac{1}{5}\right)^{-\frac{1}{2}}\right]^{-\frac{3}{2}} = \left[\left(\frac{1}{5}\right)^{-\frac{5}{6}}\right]^{-\frac{3}{2}} = \boxed{\left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{5}}\right)^{\frac{5}{4}}}$

f) $3\sqrt[3]{b}+2\sqrt[3]{b} = 5\sqrt[3]{b}$

g) $\sqrt[3]{a^4}+2a\sqrt[6]{a^2}-\frac{1}{3}\sqrt[6]{a^3} =$ $\quad$ $\sqrt[3]{a^4}+2\sqrt[6]{a^2.a^6}-\frac{1}{3}\sqrt[2]{a^1} =$

$\sqrt[3]{a^4}+2\sqrt[6]{a^8}-\frac{1}{3}\sqrt{a} =$ $\quad$ $\sqrt[3]{a^4}+2\sqrt[3]{a^4}-\frac{1}{3}\sqrt{a} =$ $\quad$ $\boxed{\mathbf{3}\sqrt[3]{\boldsymbol{a}^{\mathbf{4}}}-\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}\sqrt{\boldsymbol{a}}}$

ó

$(a)^{\frac{4}{3}}+2a(a)^{\frac{2}{6}}-\frac{1}{3}(a)^{\frac{3}{6}} =$ $\quad$ $(a)^{\frac{3}{4}}+2(a)^{1+\frac{2}{6}}-\frac{1}{3}(a)^{\frac{3}{6}} =$

$(a)^{\frac{4}{3}}+2(a)^{\frac{8}{6}}-\frac{1}{3}(a)^{\frac{3}{6}} =$ $\quad$ $(a)^{\frac{3}{4}}+2(a)^{\frac{4}{3}}-\frac{1}{3}(a)^{\frac{1}{2}} =$ $\quad$ $\boxed{\mathbf{3}(\boldsymbol{a})^{\frac{4}{3}}-\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}(\boldsymbol{a})^{\frac{1}{2}}}$

h) $2^{-3}.\sqrt{3}.\sqrt{27}-\sqrt[3]{8}+\sqrt[3]{\sqrt[4]{(5-3)^2-2^8.2^{-6}}} =$

$\left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\right)^3.\sqrt{3}.\sqrt{27}-\sqrt[3]{8}+\sqrt[3]{\sqrt[4]{(2)^2-2^8.2^{-6}}} =$

$\left(\frac{1}{2}\right)^3.\sqrt{3.3^3}-\sqrt[3]{2^3}+\sqrt[3]{\sqrt[4]{(2)^2-2^2}} =$

$\left(\frac{1}{2}\right)^3.\sqrt{3^4}-2+\sqrt[3]{\sqrt[4]{4-4}} =$

$\frac{1}{8}3^2-2+0 =$

$\frac{1}{8}.9-2 = \frac{9}{8}-2 = \frac{9-16}{8} = -\frac{\mathbf{7}}{\mathbf{8}} = \mathbf{-0{,}875}$

i) $\sqrt{2-3^0}-\frac{1}{2}.(5^2-(-3)^2)\sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}+7.(-1)^{44}} =$

$\sqrt{2-1}-\frac{1}{2}.(5^2-9)\sqrt{3^2+7} =$

$\sqrt{1}-\frac{1}{2}.(25-9)\sqrt{9+7} =$

$1-\frac{1}{2}.16\sqrt{16} =$

$1-\frac{1}{2}.16.4 =$ $\quad$ $1-=$ $1-32 =$ $\mathbf{-31}$

ACTIVIDAD N°12

Racionalizar el denominador de las siguientes expresiones

$\boldsymbol{a})\ \dfrac{3}{\sqrt{18}}\dfrac{\sqrt{18}}{\sqrt{18}} = \dfrac{3\sqrt{18}}{18} = \dfrac{\sqrt{18}}{6} = \dfrac{\sqrt{2.3^2}}{6} = \dfrac{3\sqrt{2}}{6} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} = \boldsymbol{\dfrac{1}{2}\sqrt{2}}$

$\boldsymbol{b})\ \dfrac{7}{\sqrt[3]{3}} = \dfrac{7}{\sqrt[3]{3}}\dfrac{\sqrt[3]{3^2}}{\sqrt[3]{3^2}} = \dfrac{7\sqrt[3]{3^2}}{3} = \dfrac{7.3^{\frac{2}{3}}}{3}$

c) $\frac{1}{\sqrt[3]{2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}\frac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^2}} = \frac{\sqrt[3]{4}}{2}$

EJERCICIOS INTEGRADORES

ACTIVIDAD N°13

13.1) Indique a qué conjuntos numéricos más reducido pertenecen los números que se muestran a continuación? Intente escribirlos de otra forma.

Solución 13.1 a.

3 **Natural.** Es un número que puede catalogarse como natural, y por lo tanto, como pertenece al conjunto numérico más reducido, pertenecerá también a cualquiera de los restantes, o sea, que también es un número que puede darse como perteneciente a los naturales ampliados, a los enteros, a los racionales, a los reales y finamente, aunque en general escape a la intencionalidad de este trabajo, al conjunto de los complejos, que es el campo numérico más amplio de los existentes.

En principio habría múltiples formas distintas de escribir a este número, como por ejemplo haciéndolo en forma literal usando la expresión **"tres"**, escribirlo como **III** utilizando el sistema de numeración romano, anotarlo como **2+1** expresándolo mediante el uso de una operación matemática (evidentemente hay un sinnúmero de otras alternativas con otros valores numéricos y otras operaciones), y también en **forma gráfica** como podría ser un conjunto de tres niños, o de tres elementos cualesquiera, etc.

Solución 13.1 b.

0 **Natural ampliado** Es el número que se agrega a los naturales para lograr el conjunto numérico de los naturales ampliados, pero también pertenece al conjunto de los enteros, los racionales, los reales. Salvo la posibilidad de escribirlo mediante una operación que tenga precisamente ese resultado (ej. 0/3), o hacerlo en forma literal o gráfica, no se encuentra otra forma viable de expresar este mismo número.

Solución 13.1 c.

-6 **Entero** El conjunto numérico más reducido al que pertenece es el de los números enteros, pero también pertenece al conjunto de los racionales, reales. Puede ser escrito en diversas formas empleando operaciones o expresiones propias de otros sistemas numéricos o del uso de expresiones literales.

Solución 13.1 d y e.

23/11; - 1/4 Racional. Estos son número fraccionarios y por lo tanto el conjunto numérico más reducido al que pertenecen es el de los racionales, pero también pertenecen al conjunto de los números reales. El número 23/11 puede ser escrito como $2,\widehat{09}$, que es un número decimal periódico puro y el número -1/4, puede ser escrito como 0,25 que es un número decimal exacto, ambos números surgen de la división entre el numerador y denominador de la fracción considerando al primero de los nombrados como dividendo y al segundo como divisor, también se puede escribir en forma literal y en forma gráfica.

Solución 13.1 f,g,h,i.

-0,03; 5,5; 5,3333…; 0,2333… Racional. El conjunto numérico más restringido de estos números decimales (con cifras decimales exactas y periódicas) es el de los racionales, pero también pertenecen al conjunto de los números reales. Los números decimales cuyas cifras decimales son exactas o periódicas se pueden escribir como fracciones. Los números -0,03 y 5,5 son decimales exactos y se pueden escribir como fracciones, por ejemplo: -0,03=-3/100 y 5,5=55/10. Los números decimales periódicos puros como 5,333… se pueden escribir como fracción ej.5,3333…=(53-5)/9=48/9 y los números decimales períodicos mixtos como 0,2333… también se ´pueden escribir como fracción ej.0.2333…=(23-2)/90 . También se puede escribir en forma literal y forma gráfica.

13.2) Escriba en cada caso, si es posible, un ejemplo de número con las características consignadas y, de no ser posible.

- **a)** Es Real, no Natural
- **b)** Es Real, no Racional
- **c)** Es Natural, no Entero
- **d)** Es Entero, no Natural
- **e)** Es Natural, no Racional
- **f)** Es Racional y Entero

Solución 13.2 a.
Si bien hay muchas soluciones posibles, podríamos decir que como ejemplo podemos tomar cualquier entero negativo, o un racional no entero, y esa elección recaería sobre un número que siendo real, no es natural. Para ejemplificar consignemos: -3, 7/11, -3/4, 17/3, π, etc.

Solución 13.2 b.
En este caso, sería cualquier número irracional, debido a que son los únicos que son Reales, no Racionales. Para ejemplificar consignemos: √2,√3, π .

Solución 13.2 c.
Este apartado no es posible de ejemplificar debido a que todo número natural es un número entero.

Solución 13.2 d.
Debido a lo explicado en el apartado anterior, el caso de que el número sea entero pero no natural, sería el conjunto de los números negativos y el 0. A modo de ejemplo serian: 0, -1, -5, -10

Solución 13.2 e.
Este apartado no es posible de ejemplificar debido a que todo número natural es unos números entero y estos últimos junto con los fraccionarios forman el conjunto de los números racionales. Por lo expuesto no existe ningún número que sea natural no racional.

Solución 13.2 f.
Todo numero entero es racional, pero no todo numero racional es entero debido a que también forman parte de los racionales los números fraccionarios, a modo ejemplo serian 4, 10, 0, -3, -245.

13.3) Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y justifique

a) La suma de dos números naturales es siempre un número natural.

VERDADERA: La **suma o adición** de dos números naturales **a** y **b** es otro número natural **a + b** que se obtiene de agregarle a uno de ellos tanatas unidades como representa el otro.

b) El cociente entre dos números enteros es siempre un número entero.

FALSO: Al dividir dos números enteros nos puede quedar como resultado tres tipos de números: un número **entero** (6:2=3);un numero **decimal exacto** (5:4=1,25);un numero **decimal periódico** (4:3=1,333...)

c) Existen infinitos números enteros entre -10 y el 50.

FALSO: El conjunto de los números enteros es discreto, esto significa que entre dos números enteros solo puede existir una cantidad finita de números enteros. Podemos enumerar y contar una cantidad finita de números enteros entre el -10 y el 50.

d) Existe infinitos números racionales entre 1/3 y 1.

VERDADEDRO: El conjunto de los números racionales no es discreto, esto se debe a que siempre existe otro número racional entre cualesquiera dos números racionales específicamente seleccionados. Por ejemplo entre 1/3 y 1 se encuentra (1/3+1)/2= 2/3 luego entre 2/3 y 1 se encuentra (2/3+1)/2=5/6 luego, podemos encontrar otro racional entre este último y el 1, sumando ambos y dividiendo por 2 y así sucesivamente deducimos que existen infinitos números racionales entre 1/3 y 1.

e) La raíz cuadrada de todo número natural impar es siempre un número irracional.

FALSO: Las raíces no exactas como $\sqrt{3}$, no se pueden expresar como un cociente de enteros y por lo tanto es un número irracional. Así, las raíces excactas, como por ej. $\sqrt{9}$ no es un número irracional.

13.4) Indique a continuación si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas

a) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

b) $\sqrt[n]{-b} = -b, \boldsymbol{si} \text{ ¨}\boldsymbol{n}\text{¨ } \boldsymbol{es\ par}$

c) $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

d) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

e) $(a+b)^n = a^n + b^n$

f) $[(b)^n]^m = b^{n+m}$

g) $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ *siendo* $a \neq 0$

h) $1^n = n$

Solución 13.4 a.
VERDADERO. El planteo se corresponde con una potencia de un cociente, que en general, resulta igual al cociente entre las potencias de dividendo y divisor logradas con el mismo exponente y considerando como dividendo a la potencia de la base que actuaba como dividendo en la expresión dada. (Nótese que en este caso se hace necesario citar el orden en que se debe hacer la división ya que si lo omitimos podríamos caer en la enunciación de una propiedad que no sería tal). Lo expresado nos lleva a concluir dicha ítems es verdadero en general, y las salvedades o casos en los que lo presentado no resulta veraz son cuando b = 0, que impediría realizar los cocientes señalados en ambos miembros.

Solución 13.4 b.
FALSO. Estamos ante el caso de la raíz de índice par de un radicando negativo, lo cual no tiene solución dentro del campo de los números reales. No existe un valor negativo que elevado a exponente par dé por resultado un valor negativo.

Solución 13.4 c.
VERDADERO. La radicación es distributiva con respecto a la multiplicación y a la división, por lo tanto es verdadera si y solo si,b es distinto de cero, debido a que si fuera igual a cero el cociente no se podría realizar.

Solución 13.4 d.
VERDADERO El cociente de potencias de igual base es otra potencia de la misma base cuyo exponente es la diferencia de los exponentes de las potencias del dividendo y divisor. Siempre y cuando a sea distinto de cero. Se pueden dar tres casos:

- que **m > n**, en consecuencia: quedando **(m-n)** factores **a** en el dividendo
- que **m < n** quedando **(m-n)** factores **a** en el divisor.
- que **m = n** quedando **(m-n)** igual a 0 y todo número elevado a la cero es igual a 1

Solución 13.4 e
FALSO La potencia no es distributiva respecto de la suma, por este motivo es falsa

Solución 13.4 f
FALSO La potencia de una potencia es otra potencia de la misma base y cuyo exponente es el producto de los exponentes dados, por este motivo es falso.

Solución 13.4 g
VERDADERO La potencia de un número con exponente negativo es igual al inverso multiplicativo del número elevado a exponente positivo. Es verdadero si y solo si a es distinto de cero, debido a que si fuera igual a cero el cociente no se podría realizar

Solución 13.4 h
FALSO Uno elevado a cualquier exponente real da uno

13.5 Resuelva los siguientes problemas:

a) Me informan que he consumido ¾ del crédito en mi celular. Si pagué $ 2.500 ¿ Cúanto es el crédito que aún me queda?

- Total crédito (coincide con lo que pagué)= $ 2.500
- Crédito consumido: ¾ (2.500) = $ 1.875
- Restan $625 ($2.500-$1.875) y es elequivalente a ¼ del total delcrédito

- **El crédito que aun me queda es $ 625**

b) Un viaje de egresados costó $400.000 por estudiante. Pedro pagó 11/25 partes del viaje en efectivo y el 45% en 10 cuotas iguales pero previamente se había entregado una seña al momento del contrato ¿ Cuánto fue lo que Pedro pagó en efectivo, cuánto pagó en cuotas y de cuanto fue la seña?

- Costo del viaje= $400.000
- Pago en efectivo: 11/25.($400.000) = $ 176.000 (11/25 equivale al 44%)
- Pago en cuotas:45/100.($400.000) = $ 180.000 (45% equivale a las 9/20 partes el viaje)
- Anticipó ($400.000-$176.000-$180.000) = $44.000
- En porcentaje anticipó el 11% (100%-44%-45%)= (11/100*400.000=$44.000)

- **Pedro pagó en efectivo $176.000, en cuotas $180.000 y anticipó $44.000**

c) Un pino puede vivir 500 años, un castaño puede vivir 1.500 años más que el pino, un plátano puede vivir 2.000 años más que un castaño y un boabab puede vivir 1.000 años más que un plátano. ¿Cuánto años puede vivir un baobab?

- Un Pino puede vivir 500 años
- Castaño puede vivir (500 + 1.500) 2.000 años
- Plátano puede vivir (2000 + 2.000) 4.000 años

- **Baobab puede vivir (4.000 + 1.000) 5.000 años**

d) Pedro vende un terreno de 2500 m^2 a $8.900 el m^2 y recibe a cambio otro terreno de 1700 m^2 a $10.000 el m^2 ¿Cuánto dinero le deben abonar?

- Vende terreno: 2500 x 8.900 = $ 22.225.000
- Recibe terreno: 1700 x 10.000 = $ 17.000.000
- Le Deben abonar es $ 525.000 (22.225.000-17.000.000)

- **El dinero que debe abonar es $ 5.250.000**

e) Mario compro 840 vacas a $3.000. Se murieron 25 y vendió el resto a $ 4.000. Que beneficio obtuvo de la operación.

- Compró: 840 x 3.000 = $2.520.000
- Se murieron 25, por lo tanto le quedaron para vender 815 vacas (840 – 25)
- Vendió: 815 x 4.000 = $ 3.260.000
- Beneficio es $ 3.260.000 - $2.520.000 = $ 740.000

- **El beneficio que obtuvo de la operación es de $ 740.000**

f) Silvana gana $2.500cada día que trabaja, si trabaja 6 días a la semana y cada semana gasta $7.250 ¿Cuánto dinero ahorrara en 7 semanas?

- Silvana gana por semana: $2.500 x 6 días = $15.000
- Silvana gasta por semana: $ 7.250
- Silvana ahora por semana: $15.000 - $ 7250 = $ 7.750
- En 7 semanas ahorrara: $ 7.750 x 7 = $ 54.250

- **En 7 semanas ahorrara $ 54.250.**

g) Pablo tiene alquilado un departamento de su propiedad por $75.000 diarios y un automóvil por $ 15.000 diarios. Si cada día gasta $30.000 en alojamiento y $10.000 en mantención. Pero los sábados y domingos los pasa invitado en la casa de sus padres, ¿Cuánto ahorrará en 12 semanas?

- 12 semanas = 84 días
- El dinero que recibe por el alquiler del auto y del departamento en esas 12 semanas asciende a $ 75.600
- (75.000 + 15.000) x 84 días = $ 7.560.000
- 12 semanas sin sábados ni domingos = 60 días
- El dinero que gasta en alojamiento y mantención cuando no va a la casa de sus padres es igual a $ 2.400.000
- (300 + 100) x 60 días = $ 2.400.000
- Dinero que ahorra en 12 semanas = 7.560.000 – 2.400.000 =$5.160.000

- **Por lo tanto el dinero que ahorra en esas doce semanas asciende a $ 5.160.000**

h) Antonio ha comprado 5 docenas de bolígrafos a $ 400 la docena y 6 docenas de lápices. Si cada docena de lápices cuesta la mitad de lo que cuesta la docena de bolígrafos más $30. ¿Cuánto se ha pagado en total?.

- Por la compra de los bolígrafos pago $ 2000 (5 doc. x $ 400)
- Cada docena de lapicera cuesta $230 [($400/2)+$ 30]
- Por las lapiceras se pagó $ 1.380 (6 doc. x $ 230)
- Se pagó en total $ 3.380 ($2.000 + $1.380)

- **Antonio pagó en total $ 3.380**

13.6) Completa la siguiente grilla.

1										M	A	Y	O	R
2	M	U	L	T	I	P	L	I	C	A	C	I	O	N
3				P	R	O	D	U	C	T	O			
4						M	I	N	U	E	N	D	O	
5								S	U	M	A	N	D	O
6							C	I	F	R	A			
7					C	O	C	I	E	N	T	E		
8				P	O	T	E	N	C	I	A			
9					F	A	C	T	O	R	E	S		
10									R	E	S	T	A	R

1) Signo matemático de relación, que colocado entre dos cantidades indica que la primera es más grande que la segunda.
2) Operación que representa una suma abreviada de sumandos iguales que se hace para encontrar productos.
3) Resultado de la multiplicación.
4) Primer componente en una resta o diferencia.
5) En una expresión algebraica se encuentran separados entre sí por signos de suma o resta (singular).
6) Cada uno de los dígitos que forman un número.
7) Resultado de la división.
8) Operación que representa un producto abreviado entre factores idénticos.
9) Denominación que se le da a los números que se multiplican entre sí.
10) Sustraer a una cantidad, otra menor, quitar, disminuir.

13.7) completar el siguiente crucigrama.

Aclaración: los números entre paréntesis indican la cantidad de casilleros que hay a cada lado de la palabra "RACIONALES", para facilitarles el copiado.

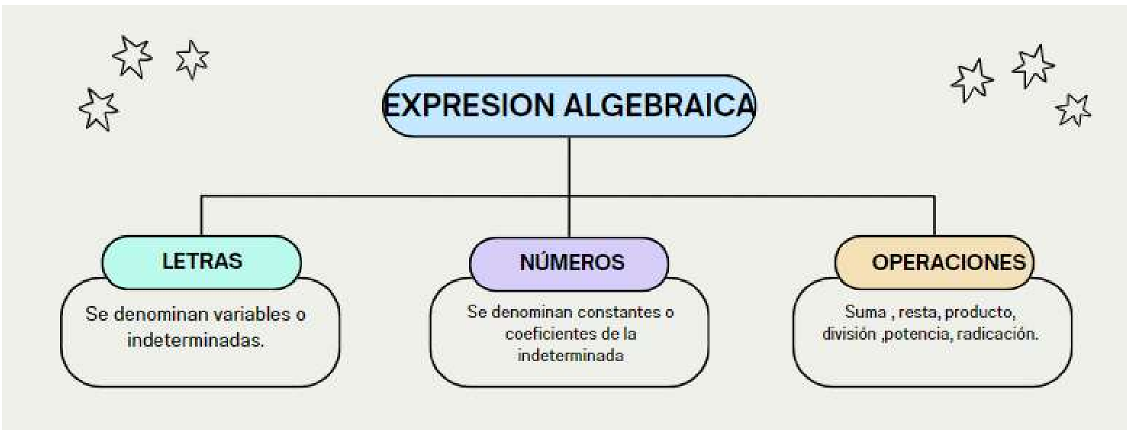
REFERENCIAS

1) El denominador de la fracción $\frac{13}{3}$ es ...
2) El numerador de la fracción $\frac{4}{30}$ es ...
3) Al dividir el numerador de una fracción por su denominador se obtiene su expresión ...
4) Las fracciones que representan una misma cantidad son ...
5) Una fracción es mayor que un entero cuando el numerador es ... que el denominador.
6) Si dos fracciones tienen igual numerador, es mayor la que tiene un denominador ...
7) Una expresión decimal cuya parte decimal es finita se clasifica como ...
8) El procedimiento en el cual se multiplica el numerador y denominador de una fracción por un mismo número se denomina ...
9) Una fracción que no se puede simplificar es ...
10) Las expresiones decimales que tienen una parte decimal finita y otra que se repite infinitamente se clasifican

2									T	**R**	E	S							
2								C	U	**A**	T	R	O						
3								D	E	**C**	I	M	A	L					
4							E	Q	U	**I**	V	A	L	E	N	T	E	S	
5							M	A	Y	**O**	R								
6								M	E	**N**	O	R							
7								E	X	**A**	C	T	A						
8							A	M	P	**L**	I	F	I	C	A	C	I	O	N
9							I	R	R	**E**	D	U	C	I	B	L	E		
10	P	E	R	I	O	D	I	C	A	**S**		M	I	X	T	A	S		

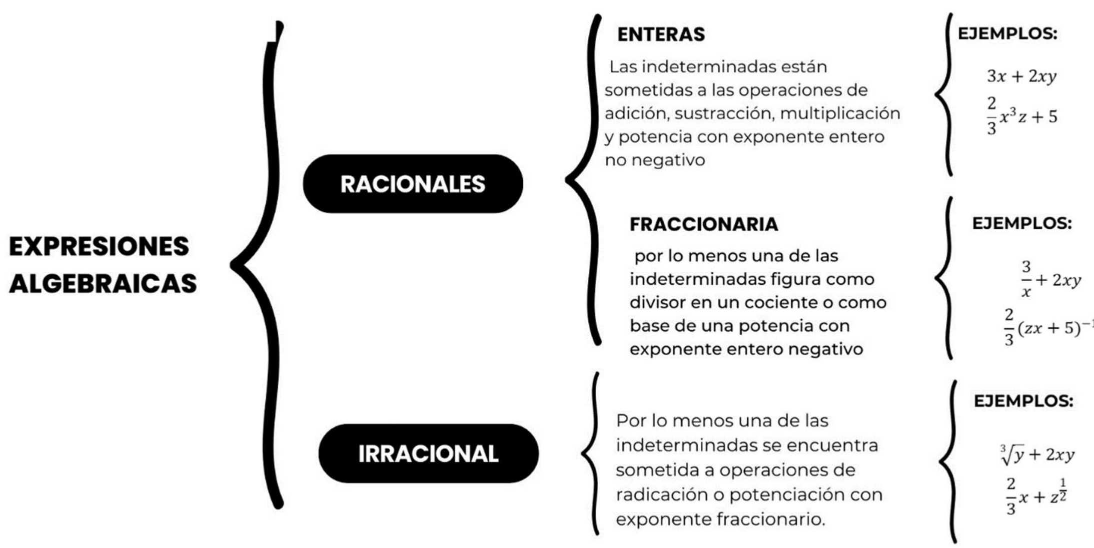
B) EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Una expresión algebraica es toda combinación de números, expresados por letras, o por letras y cifras, vinculadas entre sí mediante las operaciones de suma, sustracción, multiplicación, división, potencia y radicación.



CLASIFICACIÓN DE LAS EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Las expresiones algebraicas pueden clasificarse de acuerdo a las operaciones a las que están sometidas las letras que en ellas figuran.



LENGUAJE COLOQUIAL es el que se utiliza cotidianamente y está compuesto por palabras, puede ser escrito u oral.

LENGUAJE SIMBÓLICO Ó ALGEBRAICO es el utilizado por la Matemática para expresar propiedades o fórmulas y está compuesto por números, letras, operaciones y relaciones. Es por ello que muchas veces se utilizan las letras para representar números en general.
En matemática constantemente pasamos del lenguaje simbólico al coloquial y viceversa, puesto que esto permite el planteamiento y la resolución de distintas situaciones problemáticas.

EL VALOR NUMÉRICO de una expresión algebraica para **x=a** es el número que se obtiene reemplazando en la expresión la indeterminada **x** por **a** y resolviendo las operaciones indicadas
Ejemplo el valor numérico de la expresión algebraica $x(x+5)$ para $x=5$, es $5(5+5)=50$

<u>ACTIVIDAD N° 1</u>

Completar los casilleros vacíos con las expresiones en lenguaje coloquial, en lenguaje algebraico y hallar el valor numérico para x=5.

Lenguaje Coloquial	Lenguaje Algebraico	Hallar el valor numérico para x=5
Un número		
	$(-1)3\|x\|$	
El siguiente del duplo de un número		
El doble del siguiente de un número		
	$x-3x = -2x$	
El cociente entre cuatro veces el número y su duplo		
La mitad del resultado de la suma de un número y el triplo del mismo		

Lenguaje Coloquial	Lenguaje Algebraico	Hallar el valor numérico para x=5
Un número más el tercio de su triplo		
	$4x-4=(x-1)^2$	
	$4(x-4)=x-1^2$	
La mitad de un múltiplo de siete		
El doble de un número impar		

ACTIVIDAD N° 2

Tildar las expresiones algebraicas enteras. Justificar su respuesta cuando no lo son:

a. $2x$ ☐
b. $\frac{y}{3}$ ☐
c. $-3x^2$ ☐
d. $\frac{2}{3}b$ ☐
e. $2m + 5m$ ☐
f. $x^3 + 2x + \sqrt{9}$ ☐
g. $\frac{2}{x}$ ☐
h. $2abx + 2aby$ ☐
i. x^{-1} ☐
j. $\frac{2x+y}{x+a}$ ☐

Si en las expresiones algebraicas, las letras se encuentran sometidas a operaciones racionales (suma, resta, producto, cociente y potenciación con exponente entero), dichas expresiones algebraicas revisten el carácter de expresiones algebraicas racionales. Si entre las operaciones indicadas respecto de las letras de la expresión, intervienen todas, salvo el cociente y la potenciación con exponente no natural, diremos que la expresión resulta ser una expresión algebraica racional de tipo entero o directamente una expresión algebraica entera.

ACTIVIDAD N° 3

Expresar las siguientes situaciones en símbolos

a) Un número es 25 unidades mayor que el cuádruple de otro número.
b) La diferencia entre el 10% del precio de un producto y $ 100 es igual a $ 250. ¿Cúal es el precio del producto?
c) Una persona debe la cuarta parte de su sueldo ¿Cuánto cobró si luego de cancelar su deuda dispone de 12.000 pesos?
d) El primer día del mes la empresa "La Firma S.A." tenía en su cuenta corriente 150.000 pesos. Ese mismo día depositó el 50% del total que dispone a fin de mes. El día 29 del mismo mes depositó un cuarto del total depositado el primer día. ¿Qué dinero le queda al final del mes?

ACTIVIDAD N° 4

1. Calcular el valor numérico de las siguientes expresiones algebraicas:

a) $\frac{4ab^2 - a + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} b - 16b^3}{2a - 8ab^2} \quad para \begin{cases} a = \frac{1}{4} \\ b = 6 \end{cases}$

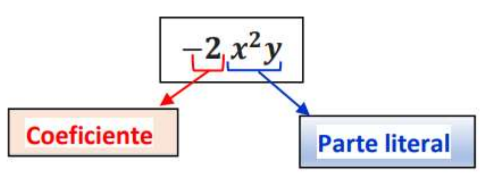
b) $\frac{1}{4}x^3y^2 - \sqrt{\frac{4}{64}}\, x^4y^3 \quad para \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$

EXPRESIONES ALGEBRAICAS ENTERAS

Llamaremos términos algebraicos a los sumandos de una expresión algebraica. Por ejemplo, la siguiente expresión algebraica tiene tres términos

$$\boxed{x^2 - 2xy + y^2}$$

En cada término se distinguen una parte numérica también llamada coeficiente (que es el número real) y una parte literal (que incluye las variables con sus exponentes)



Aquellos términos algebraicos con idéntica parte literal, se denominan términos semejantes, por ejemplo son términos semejantes los siguientes

Términos algebraicos semejantes			
$\frac{3}{4}x^4$	$-0.3x^4$	$3x^4$	$-\sqrt{7}x^4$

ACTIVIDAD N° 5

Completar la siguiente tabla

Término	Coeficiente	Parte literal
$21x^2yz$		
$-8ab^3c$		
mn^3		

Si las expresiones algebraicas tienen un solo término, se llaman **monomios**. Se denominan **binomios** si posee dos términos y **trinomio** si tiene tres. En general se llama polinomio a la expresión con varios términos.
Un **monomio** es aquella expresión algebraica entera que tiene un solo término, es decir, que las indeterminadas están vinculadas solamente por las operaciones de multiplicación y potenciación con exponente entero no negativo.

Grado de un monomio	Está dado por la suma de los exponentes de las indeterminadas.	Ejemplo: $\frac{2}{3}x^3.y$ es de grado 4
Grado de un monomio respecto a una de sus indeterminadas	Está dada por el exponente de dicha indeterminación.	$\frac{2}{3}x^3.y$ es de grado 3 en x y de grado 1 en y

Dos o más **monomios** son **homogéneos** cuando tienen el mismo grado.
Dos o más **monomios** son **semejantes** cuando tienen la misma parte literal.
Un **polinomio** es una suma algebraica de monomios, por ejemplo: $\mathbf{2xy^3+\frac{1}{2}x^2-3y^2}$**,** este polinomio tiene grado **4**.y el grado respecto de la indeterminada **x** es **2** y respecto a la indeterminada **y** es **3.**
El **grado de un polinomio** es igual al del monomio de mayor grado de los que lo forman.
El **grado de un polinomio respecto a una de sus indeterminadas** está dado por el mayor exponente con que figura esa indeterminada.
Polinomios en una determinada

Se llama **polinomio de grado n en la indeterminada x** a toda expresión algebraica entera de la forma $P(x)=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n$, siendo $a_0,a_1,\ldots,a_n$ números reales y un n número que pertenece a los enteros no negativos.

Coeficiente principal: es el número (coeficiente) que multiplica a la indeterminada (letra), que contiene el mayor exponente. Ejemplo: $7+5x^2+4x$, el coeficiente principal es 5 y el 7 es el término independiente.

ACTIVIDAD N° 6

En cada uno de los siguientes enunciados, establecer la veracidad o falsedad de la afirmación y justifique adecuadamente.

a) 7 es un monomio de grado cero.
b) La indeterminada de mayor grado de un monomio determina el grado del mismo.
c) El polinomio $3x^4y + 2xy + 3x^2$ es de grado 5.

Se deja para que los/as estudiantes investiguen las operaciones entre expresiones algebraicas.

CASOS DE FACTORIZACIÓN

Factorizar una expresión algebraica es expresar la misma como el **producto de dos o más factores.**

Nos ocuparemos solamente de los siguientes casos de factorización.

- FACTOR COMÚN
- FACTOR COMÚN POR GRUPO
- TRINOMIO CUADRADO PERFECTO
- CUATRINOMIO CUBO PERFECTO
- DIFERENCIA DE CUADRADO
- SUMA O DIFERENCIA DE POTENCIAS DE IGUAL GRADO **Se deja para que los/as estudiantes investiguen este caso.**

FACTOR COMÚN
Consiste en una aplicación directa de la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la suma o la resta, solo que se presenta al revés de lo que habitualmente se hace, es decir:

$$a.\,b + a.\,c = a.\,(b + c)$$

En el caso de cualquier expresión algebraica o de un polinomio si en todos los términos figura un factor común entonces dicha expresión es igual al producto de ese factor por la expresión que resulta al dividir cada término por ese factor.

Por ejemplo:

$$Q(x) = 30x^5y + 18x^4 - 42x^3 + 6x^2$$

Observamos que $6\,.\,x^2$ se repite en todos los términos a estos factores se los llama **factores comunes**, Q(x) lo podemos escribir como:

$$Q(x) = 6.5x^2x^3y + 6.3x^2x^2 - 6.7x^2x + 6.\,x^2$$

$$Q(x) = 6.x^2(5x^3y + 3x^2 - 7x + 1)$$

*Se extrae **factor común** cuando todos los términos del polinomio tienen un mismo factor numérico y/o literal, es decir, cada término de dicho polinomio es divisible por el mismo monomio.*
En este caso, el polinomio original puede ser expresado como el producto de ese monomio(que será el máximo común divisor de todos los términos) por el cociente que resulta del polinomio dado por el monomio extraído como factor común.

FACTOR COMÚN POR GRUPO

Se extrae ***factor común por grupos*** cuando en el polinomio existen grupos de igual número de términos, cada uno de los cuales tiene un factor común y, al extraerlo la expresión obtenida en cada grupo es la misma.
Ejemplo:

$$Q(x) = \frac{3}{2}a - 6ab - \frac{5}{2}b + 10b^2$$

Podemos descomponer a $Q(x)$, en dos grupos de dos términos cada uno, que tienen un factor común.

$$Q(x) = \overbrace{\left(\frac{3}{2}a - 6ab\right)}^{factor\ común:\ 3.a} + \overbrace{\left(-\frac{5}{2}b + 10b^2\right)}^{factor\ común:-5b}$$

Extraemos factor común en cada grupo:

$$Q(x) = 3.a\left(\frac{1}{2} - 2b\right) - 5.b\left(\frac{1}{2}b - 2b\right)$$

En cada uno de los términos obtenidos, está presente la misma expresión , la cual la extraemos como factor común y nos queda

$$Q(x) = \underbrace{\left(\frac{1}{2} - 2b\right)}_{factor\ común}(3a - 5b)$$

Cuando agrupemos y extraigamos factor común, debemos hacerlo de manera tal que quede la misma expresión para poder, de esta manera, seguir factorizando.

ACTIVIDAD N° 7

Factorizar las siguientes expresiones:

a) $14x^3 - 7x + 21x^2$

b)$z^3 + z^2 + z + 1$

c)$-\frac{1}{8}t^3 + \frac{5}{2}t$

d) $18p^3+4ap^2-9pb-2ab$

TRINOMIO CUADRADO PERFECTO

Cuando estemos en presencia de un trinomio, podremos verificar si se trata de un trinomio cuadrado perfecto y puede ser factorizado como el cuadrado de un binomio. Para ello se debe cumplir que dos de sus términos sean cuadrados perfectos y, una vez determinadas las bases de los mismos, comprobaremos si el término restante es el doble producto de estas bases.

Recordemos que el **cuadrado de un binomio** es igual a la suma de los cuadrados de cada uno de los términos más el doble producto del primero por el segundo.

$$\overbrace{(\boldsymbol{a}\pm\boldsymbol{b})^{\boldsymbol{2}}}^{cuadrado\ de\ un\ binomio} = \overbrace{\boldsymbol{a^2}}^{(a)^2} \pm \overbrace{\boldsymbol{2ab}}^{2.a.b} + \overbrace{\boldsymbol{b^2}}^{(b)^2}$$

Por ejemplo:

$$\overbrace{\underbrace{\boldsymbol{x^2}}_{(x)^2} + \underbrace{\boldsymbol{20x}}_{2.x.10} + \underbrace{\boldsymbol{100}}_{10^2}}^{trinomio\ cuadrado\ perfecto}$$

el factoreo de un **trinomio cuadrado perfecto** consiste en encontrar el binomio que, elevado al cuadrado nos reproduzca el trinomio dado.

Identificamos los términos:

- El primer término es x^2 (que es $a^2 = x^2$).
- El último término es 100 (que es $b^2 = 10^2$).
- El término del medio es 6x, que es 2ab=2(x)(10).

La factorización es:

$$\overbrace{\underbrace{\boldsymbol{x^2}}_{(x)^2} + \underbrace{\boldsymbol{20x}}_{2.x.10} + \underbrace{\boldsymbol{100}}_{10^2}}^{trinomio\ cuadrado\ perfecto} = \overbrace{(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{10})^{\boldsymbol{2}}}^{cuadrado\ de\ un\ binomio}$$

ACTIVIDAD N° 8

1. Factorizar como el cuadrado de un binomio

a) $36 + y^2 + 12y$
b) $-10yz + 25z^2 + y^2$

2. Desarrollar el binomio al cuadrado

a) $(1+2b)^2$

3. Completar las siguientes expresiones para que resulten ser trinomios cuadrados perfectos:

a) $4b^2 + 1 + \cdots$
b) $x^2 - 6x + \ \ldots$

CUATRINOMIO CUBO PERFECTO

Estamos en presencia de un **cuatrinomio cubo perfecto**, cuando tenemos un polinomio que está formado por cuatro términos, dos de los cuales son cubos perfectos, un tercer término que es el triple del cuadrado de la base del primer cubo por la base del segundo, y el cuarto término es el triple de la base del primer cubo por el cuadrado de la base del segundo cubo.

$$\mathbf{a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3}$$

Este tipo de cuatrinomio se factoriza como el cubo de un binomio, es decir:

$$\mathbf{a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3 = (a \pm b)^3}$$

Factoricemos el trinomio :

$$x^3 + 6x^2 + 12x + 8$$

Identificamos los términos:

- El primer término es x^3, que es a^3, con $a = x$.
- El último término es 8, que es b^3, con $b = 2$.
- El segundo término es $6x^2$, que es $3a^2b$, con $a=x$, y $b=2$.
- El tercer término es $12x$, que es $3ab^2$, con $a=x$ y $b=2$.

La factorización es:

$$x^3+6x^2+12x+8 = (x + 2)^3$$

Otro ejemplo:

$$\mathbf{a^3b^6 + 3a^3b^2z^2 + a^3z^3 + 3a^3b^4z}$$

$$\underbrace{\overbrace{a^3}^{(a)^3}\ \overbrace{b^6}^{(b^2)^3}}_{\text{cubo de la primera base}} + \underbrace{\overbrace{3}^{3}\,.\,\overbrace{a^2}^{(a)^2}\ \overbrace{b^4}^{(b^2)^2}\ \overbrace{a}^{a}\,\overbrace{z}^{z}}_{\text{triple del cuadrado de la primera base por la segunda base}} + \underbrace{\overbrace{3}^{3}\,\overbrace{a}^{a}\,\overbrace{b^2}^{b^2}\ \overbrace{a^2}^{(a)^2}\ \overbrace{z^2}^{(z)^2}}_{\text{triple de la primera base por el cuadrado de la segunda base}}$$

$$+ \underbrace{\overbrace{a^3}^{(a)^3}\ \overbrace{z^3}^{(z)^3}}_{\text{cubo de la segunda base}}$$

que reviste las características necesarias para que sea considerado **un cuatrinomio cubo perfecto** y que en consecuencia puede ser factoreado como **el cubo de un binomio**:

(ab^2 + az)(ab^2 + az) (ab^2 + az) o bien **(ab^2 + az)^3**

<u>ACTIVIDAD N° 9</u>

1. Factorizar como el cubo de un binomio.

   a) $\frac{1}{8}b^3 + \frac{3}{16}b^2c + \frac{3}{32}bc^2 + \frac{1}{64}c^3$

2. Desarrollar el binomio al cubo:

   a) $(2 + 3b)^3 =$

3. Completar la siguiente expresión para que resulte ser un cuatrinomio cubo perfecto:

   a) $\dots\dots.36b - 54b^2 + 27b^3 =$

DIFERENCIA DE CUADRADOS

Si la expresión que se pretende factorear resulta ser una diferencia de cuadrados, la misma podría factorearse como el producto entre dos binomios, uno de ellos binomio suma y el otro binomio diferencia, cuyos términos son las bases de los cuadrados que integran la diferencia de cuadrados que se pretende factorear.

$$\mathbf{a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)}$$

Nos damos cuenta que es una diferencia de cuadrado, si nos encontramos con una resta de monomios, en el cual sus términos son cuadrados.

Veamos un ejemplo:

$$2x^2 - 9$$

$$a^2 = 2x^2; \ \ b^2 = 9; \ \ a = \sqrt{2}\,.\,x \ \ ; b = 3$$

$$\boldsymbol{2x^2 - 9 \ = \left(\sqrt{2}x + 3\right)\left(\sqrt{2}\,x - 3\right)}$$

No confundir, la diferencia de cuadrados con el cuadrado de una diferencia.

$$\mathbf{a^2 - b^2 \neq (a - b)^2}$$

ACTIVIDAD N° 10

Factorear la siguiente expresión.

a) $9x^2 - 144$

Algunos videos:
Factor común y diferencia de cuadrados
https://youtu.be/oB_xCWPH9HQ
Ejercicios trinomio cuadrado perfecto
https://youtu.be/YAENVrFtO6E

ACTIVIDAD N° 11

1. Aplicar los distintos casos de factoreo hasta que la expresión no se pueda factorizar más.

a) $2x^2 - 4x^3 + 16x^5 + 8x^4 =$

b) $\frac{3}{33}b^2\,a^4 + \frac{24}{11}b^3a - \frac{9}{22}b^5a^3 + \frac{6}{55}b^6a^2 =$

c) $4x - 16x^3y - 8x^2 + 8x^2y$=

d) $x^6 - 6x^3y^2 + 9y^4 =$

e) $4m^2 - 9p^2 =$

f) $8x^6 - 12x^4y + 6x^2y^2 - 1y^3 =$

g) $\frac{4ab^2 - a + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} b - 16b^3}{2a - 8ab^2}\ siendo\ b \neq \frac{1}{2}$

h) $\frac{1}{4}x^3y^2 - \sqrt{\frac{4}{64}}\ x^4y^3 \ =$

2. En cada una de los siguientes enunciados establecer la veracidad o falsedad de la afirmación y justificar adecuadamente:

a) $- x^4 + 16\ y^2 = (x^2 - 4y^2).(x^2 + y^2)$
b) $X^4 - 10x^2 + 25 = (x^2 - 5)^2$
c) $(x - y)^2 = (x - y)\ (x + y)$

3. Reducir a su más simple expresión:

Aplicar los distintos casos de factoreo que conoce, luego simplificar

a) $\frac{\mathrm{ax - ay + bx - by - c}}{\mathrm{a + b - c}} = \ \mathrm{siendo\ a + b - c \neq 0}$

b) $\frac{2a^2-4ab+\ ^2}{2(a^2-b^2)} =$ siendo a≠±b

4. ¿Repasamos cómo se factorea cada caso?
Unir con una flecha cada caso con su correspondiente forma de factoreo.

CASO

- factor común
- factoreo por grupos
- Trinomio cuadrado perfecto
- Cuatrinomio cubo perfecto
- Diferencia de cuadrados

FORMA DE FACTOREO

1. Todos los términos de la expresión a factorear, es posible escribirlos como un producto de dos factores, uno de ellos, común en todos.
   $2yx + 4y^2 + 6yz = 2y(x+2y+3z)$
2. El producto de dos binomios idénticos entre sí, cuyos términos son las bases de los cuadrados perfectos del trinomio y que los mismos serán sumados entre sí si el signo del doble producto del trinomio cuadrado perfecto es positivo y restados en el caso contrario.
3. El producto de tres binomios coincidentes entre sí, cuyos términos resultan ser las bases de los cubos perfectos integrantes del cuatrinomio y cuyos signos serán precisamente los que acompañen a dichos cubos perfectos.
   $a3+a2b+3ab2+b3=(a+b)(a+b)(a+b)=(a+b)3$
4. El producto entre dos binomios, uno de ellos binomio suma y el otro binomio diferencia, cuyos términos son las bases de los cuadrados que integran la diferencia de cuadrados que se pretende factorear.
   $(a^2-b^2) = (a+b)(a-b)$
5. Descomposición de una expresión algebraica en grupos de igual número de términos con un factor común en cada uno de ellos, donde la expresión resultado es la suma de los productos parciales, obtenidos al multiplicar cada uno de los términos de una de las expresiones factor por cada uno de los términos.
   $2xa^2+4abx+2xc^2+a^2y+2bay+c^2y = (2x+y)(a^2+2ab+c^2)$

SOLUCIÓN: B) EXPRESIONES ALGEBRAICAS

ACTIVIDAD N° 1

Completar los casilleros vacíos con las expresiones en lenguaje coloquial, en lenguaje algebraico y hallar el valor numérico para x=5.

Lenguaje Coloquial	Lenguaje Algebraico	Hallar el valor numérico para x=5
Un número	x	5
El opuesto del triple del valor absoluto de un número	*(-1)3|x|*	***(-1)3|5|= -15***
El siguiente del duplo de un número	***2x+1***	***2(5)+1=11***
El doble del siguiente de un número	***2(x+1)***	***2(5+1)=12***
La diferencia entre un número y su triplo es igual doble del opuesto de ese número.	*x-3x = -2x*	***5-3(5) = -2(5) 5-15 = -10***
El cociente entre cuatro veces el número y su duplo	***4x/2x***	***4(5) ÷2(5)= 20 ÷10 = 2***
La mitad del resultado de la suma de un número y el triplo del mismo	***(x+3x) ÷ 2***	***(5 + 3(5)) ÷ 2 = 2(5) (5 + 15) ÷ 2 = 10***
Un número más el tercio de su triplo	***x +3x÷3***	***5 + 3(5) ÷ 3=10***
La diferencia entre el cuádruplo de un número desconocido y cuatro es igual al cuadrado de la diferencia entre el número desconocido y uno	$4x-4=(x-1)^2$	$4(5)-4=(5-1)^2$ $20-4=4^2$ $16=16$
El cuádruplo de la diferencia entre un número y cuatro es igual a la diferencia entre el número y el cuadrado de la unidad	$4(x-4)=x-1^2$	$4(5-4)=5-1^2$ $4(1) =5-1$ $4=4$
La mitad de un múltiplo de siete	***7(x) ÷ 2***	***7(5) ÷ 2=17,5***
El doble de un número impar	***2(2x+1) ó 2(2x-1)***	***2[2(5) + 1] = 2(11) =22 ó 2[2(5) - 1] = 2(9) =18***

En color rojo y resaltado con un recuadro se muestra como se deben completar los casilleros.

ACTIVIDAD N° 2

Tildar las expresiones algebraicas enteras. Justificar su respuesta cuando no lo son:

f. $2x$	✓	k. $x^3 + 2x + \sqrt{9}$	✓
g. $\frac{y}{3}$	✓	l. $\frac{2}{x}$	
h. $-3x^2$	✓	m. $2abx + 2aby$	✓
i. $\frac{2}{3}b$	✓	n. x^{-1}	
j. $2m + 5m$	✓	o. $\frac{2x+y}{x+a}$	

Si en las expresiones algebraicas, las letras se encuentran sometidas a operaciones racionales (suma, resta, producto, cociente y potenciación con exponente entero), dichas expresiones algebraicas revisten el carácter de expresiones algebraicas racionales. Si entre las operaciones indicadas respecto de las letras de la expresión, intervienen todas, salvo el cociente y la potenciación con exponente no natural, diremos que la expresión resulta ser una expresión algebraica racional de tipo entero o directamente una expresión algebraica entera.

g) La letra x está formando parte del divisor del cociente.
i) La letra x está elevada a una potencia con exponente no natural.
j) Las letras "x" y "a" forman parte del divisor del cociente.

ACTIVIDAD N° 3

Expresar las siguientes situaciones en símbolos

a) Un número es 25 unidades mayor que el cuádruple de otro número.

Analizada la situación, se definen las variables o indeterminadas o valores desconocidos y se las identifica para poder hacer el planteo simbólico, es decir traducir del lenguaje coloquial al lenguaje algebraico o simbólico:

Las indeterminadas o valores desconocidos en esta situación son "un número desconocido" y un "número 25 unidades mayor que el cuádruple del número desconocido" y los identificamos con las letras "n" y "m" respectivamente:

n= un número desconocido.
m=un número 25 unidades mayor que el cuádruple del número desconocido
Se representa la situación a través de la siguiente expresión algebraica: ***m-25=4n***

b) La diferencia entre el 10% del precio de un producto y \$ 100 es igual a \$ 250. ¿Cúal es el precio del producto?

Si definimos el valor desconocido como:

x= Precio del producto

El planteo simbólico sería:

$$\frac{10}{100}\mathrm{x} - 100 = 250$$

c) Una persona debe la cuarta parte de su sueldo ¿Cuánto cobró si luego de cancelar su deuda dispone de 12.000 pesos?

Si definimos el valor desconocido como:
x= El sueldo que cobró la persona

El planteo simbólico sería:

$$12.000 = \mathrm{x} - \frac{1}{4}\mathrm{x}$$

d) El primer día del mes la empresa “La Firma S.A.” tenía en su cuenta corriente 150.000 pesos. Ese mismo día depositó el 50% del total que dispone a fin de mes. El día 29 del mismo mes depositó un cuarto del total depositado el primer día. ¿Qué dinero le queda al final del mes?

Si definimos el valor desconocido como:

x= Importe que dispone la Empresa al final del mes

El planteo simbólico sería:

$$\mathrm{x} = 150.000 + \frac{1}{2}\mathrm{x} + \frac{1}{4}\left(\frac{1}{2}\mathrm{x}\right)$$

ACTIVIDAD N° 4

Calcular el valor numérico de las siguientes expresiones algebraicas:

a) $\frac{4ab^2 - a + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} b - 16b^3}{2a - 8ab^2} \quad para \begin{cases} a = \frac{1}{4} \\ b = 6 \end{cases}$

Primero se reemplazan en la expresión la letra “a” por 1/4 y la letra “b” por 6; luego se realizan los cálculos para hallar el valor numérico:

$$\frac{4\frac{1}{4}(6)^2 - \frac{1}{4} + 4(6) - 16\left(6^3\right)}{2\frac{1}{4} - 8\frac{1}{4}6^2} = \frac{36 - \frac{1}{4} + 24 \quad 16(216)}{\frac{1}{2} - 2(36)} = \frac{36 - \frac{1}{4} + 2 \quad - 3456}{\frac{1}{2} - 7} =$$

$$\frac{-\frac{1}{4}-3396}{\frac{1}{2}-7} = \frac{\frac{-1358}{4}}{\frac{1-144}{2}} = \frac{\frac{-13585}{4}}{\frac{-143}{2}} = \frac{(-13\quad)2}{(-143)4} = \frac{-13}{-286} = \frac{-104}{-22}$$

$$= \frac{\mathbf{95}}{\mathbf{2}}$$

b) $\frac{1}{4}x^3y^2 - \sqrt{\frac{4}{64}}\; x^4y^3 \quad para \begin{cases} x = \;\; 2 \\ y = -1 \end{cases}$

Primero se reemplazan en la expresión la letra "x" por 2 y la letra "y" por -1; luego se realizan los cálculos para hallar el valor numérico:

$$\frac{1}{4}2^3(-1)^2 - \sqrt{\frac{4}{64}}\; 2^4(-1)^3 \;=\; \frac{1}{4}8(1) - \sqrt{\frac{4}{64}}\; 2^4(-1) \;=\; 2 - \frac{2}{8}\,16(-1) \;=\; 2 - 4\,(-1) =$$

$$= \;2 + 4 \;= \mathbf{6}$$

ACTIVIDAD N °5

Completar la siguiente tabla

Término	Coeficiente	Parte literal
$21x^2yz$	21	x^2yz
$-8ab^3c$	-8	ab^3c
mn^3	1	mn^3
$-tb^3$	-1	tb^3

ACTIVIDAD N° 6

En cada uno de los siguientes enunciados, establecer la veracidad o falsedad de la afirmación y justifique adecuadamente.

a) 7 es un monomio de grado cero**. verdadero**
b) La indeterminada de mayor grado de un monomio determina el grado del mismo. **Falso,** el grado de un monomio está dado por la suma de los exponentes de las indeterminadas
c) El polinomio $3x^4y + 2xy + 3x^2$ es de grado 5 . **Verdadero**

FACTOREO:

ACTIVIDAD N° 7

Factorizar las siguientes expresiones:

a) $14x^3 \;- 7x \;\; + 21\,x^2 = 7x(2x^2 - 1 + 2x)$

b) $z^3 + \; z^2 \; + z + 1 = z^2(z+1) + 1(z+1) = (z^2+1)(z+1)$

c) $-\frac{1}{8}t^3 + \frac{5}{2}t = \frac{1}{2}t(\frac{1}{4}t^2 + 5)$

d) $18p^3 + 4ap^2 - 9pb - 2ab = 2p^2(9p + 2a) - 1b(9p + 2a) = (2p^2 - 1b)(9p + 2a)$

ACTIVIDAD N° 8

1. Factorizar como el cuadrado de un binomio

a) $36 + y^2 + 12y = (6 + y)^2$
b) $-10yz + 25z^2 + y^2 = (5z - y)^2$ ó $(y - 5z)^2$

2. Desarrollar el binomio al cuadrado

$(1 + 2b)^2 =$

Una forma es desarrollar el cuadrado de un binomio para obtener un trinomio cuadrado perfecto mediante el producto del binomio dado por sí mismo como tantas veces lo indica al exponente al cual está elevado:

$$(1 + 2b)^2 = (1 + 2b).(1 + 2b) = 1.1 + 1.2b + 2b.1 + 2b.2b = 1 + 4b + 4b^2$$

Otra forma es: el resultado de desarrollar el cuadrado de un binomio es el trinomio cuadrado perfecto que presenta dos términos que son cuadrados y el restante que es el doble producto de las bases de dichos cuadrados.

$$(1 + 2b)^2 = 1^2 + 4b^2 + 2.2b = 1 + 4b^2 + 4b$$

3. Completar las siguientes expresiones para que resulten ser trinomios cuadrados perfectos:

a) $4b^2 + 1 + \cdots$

La expresión está conformada por tres términos donde dos de los mismos son cuadrados perfectos, el tercer término resultará se el doble producto del trinomio cuadrado perfecto. Se tienen tres resultados posibles:

- ✓ *Uno siendo el doble producto del trinomio cuadrado perfecto positivo:*

$$= 4b^2 + 1 + \mathbf{4b}$$

$$Donde\ el\ binomio\ al\ cuadrado\ que\ dio\ origen\ a\ la\ expresión\ dada\ es: (1 + 2b)^2$$

- ✓ *Otro, siendo el doble producto del trinomio cuadrado perfecto negativo:*

$$= 4b^2 + 1 - \mathbf{4b}$$

$$Donde\ el\ binomio\ al\ cuadrado\ que\ dio\ origen\ a\ la\ expresión\ dada\ es:$$
$$(1,-2b)^2\ ó\ (2b-1)^2$$

- ✓ Otro $(2b^2+1)^2 = 4b^4 + 4b^2 + 1$, el término faltante **$4b^4$**

b) $x^2 - 6x + \ ...$

La expresión está conformada por tres términos donde uno de los mismos es un cuadrado perfecto y el otro es el doble producto del trinomio cuadrado perfecto, siendo el término faltante un cuadrado perfecto que se obtiene de la siguiente manera:
*Si $-\mathbf{6x}$ es el doble producto de las bases de los cuadrados y una de las bases de los cuadrados es "**x**", llamaremos "**z**" a la segunda base para poder hallar su valor. Esto se puede expresar como:*

$$-6x = 2.x.z$$

$Despejando\ \mathbf{z}\ se\ tendrá:$

$$\frac{-6x}{2x} = z \quad \rightarrow \quad \mathbf{z = -3}$$

$$Por\ lo\ tanto\ el\ trinomio\ cuadrado\ perfecto = x^2 - 6x + (-3)^2$$

$$= \mathbf{x^2 - 6x + 9}$$

$El\ binomio\ al\ cuadrado\ que\ dio\ origen\ a\ la\ expresión\ dada\ es:$

Como los cuadrados perfectos pueden surgir de una base negativa o positiva de igual valor absoluto, se tienen dos resultados posibles:

$$\mathbf{(x-3)^2}\ ó\ \mathbf{(3-x)^2}$$

ACTIVIDAD N° 9

1. Factorizar como el cubo de un binomio.

a) $\frac{1}{8}b^3 + \frac{3}{16}b^2c + \frac{3}{32}bc^2 + \frac{1}{64}c^3 = (\frac{1}{2}b + \frac{1}{4}c)^3$

2. Desarrollar el binomio al cubo:

a) $(2+3b)^3$

Una forma es desarrollar el cubo de un binomio para obtener un cuatrinomio cubo perfecto mediante el producto del binomio dado por sí mismo como tantas veces lo indica al exponente al cual está elevado.

$$(2+3\mathrm{b})^3 = (2+3\mathrm{b}).(2+3\mathrm{b}).(2+3\mathrm{b}) =$$

$= (2.2 + 2.3b. + 3b.2 + 3b.3b)(2 + 3b) =$

$= (4 + 12b + 9b^2)(2 + 3b) =$

$= 4.2 + 4.3b + 12.b.2 + 12b.3b + 9b^2.2 + 9b^2.3b =$

$= \mathbf{8 + 27b^3 + 36b + 54b^2}$

Otra forma es: el resultado de desarrollar el cubo de un binomio es el cuatrinomio cubo perfecto, que presenta dos términos que son cubos y los restantes son el triple producto del cuadrado de una de las bases por la otra base de dicho cubo.

$(2 + 3b)^3 = 2^3 + 27b^3 + 3(2^2 3b) + 3[2(3b)^2] =$

$= \mathbf{8 + 27b^3 + 36b + 54b^2}$

3. Completar la siguiente expresión para que resulte ser un cuatrinomio cubo perfecto:

$\ldots\ldots. + 36b - 54b^2 + 27b^3 = (3b - 2)^3$ el término faltante es **- 8**

La expresión está conformada por cuatro términos donde el cuarto es un cubo perfecto: $(\mathbf{3b})^{\mathbf{3}}$ ***.*** *Los dos restantes términos son el triple producto del cuadrado de una de las bases por la otra base de los cubos, siendo el término faltante un cubo perfecto que se obtiene de la siguiente manera:*
Si $-54b^2$ *es el triple producto del cuadrado de la base* ***3b*** *por la otra base del binomio, llamaremos "****z****" a la segunda base para poder hallar su valor. Esto se puede expresar como:*

$$-54b^2 = 3(3b)^2.z$$

$Despejando\ \mathbf{z}\ se\ tendrá:$

$$-54b^2 = 3.9(b)^2.z \;\rightarrow\; \frac{-54b^2}{3.9(b)^2} = z \;\rightarrow\; \frac{-54}{27} = z$$

$$\rightarrow\; \mathbf{z = -2}$$

$$Por\ lo\ tanto\ el\ cuatrinomio\ cubo\ perfecto = (-2)^3 + 36b - 54b^2 + 27b^3$$

$$= \mathbf{-8} + 36b - 54b^2 + 27b^3$$

$El\ binomio\ al\ cubo\ que\ dio\ origen\ a\ la\ expresión\ dada\ es:$

$$(3b - 2)^3$$

ACTIVIDAD N° 10

Factorear la siguiente expresión

a) $9x^2 - 144 = (3x+12)(3x-12)$

ACTIVIDAD N° 11

1. Aplicar los distintos casos de factoreo hasta que la expresión no se pueda factorizar más.

a) $2x^2 - 4x^3 + 16x^5 + 8x^4 =$

Se aplica factor común. Todos los términos de la expresión se pueden dividir por ***2x²****, por lo tanto, la expresión algebraica se puede escribir como un producto de dos factores, uno de ellos* ***2x²****, que es un divisor común a todos.*

$Se\ extrae\ factor\ común\ \ 2x^2 \rightarrow\ = \mathbf{2x^2(1 - 2x + 8x^3 + 4x^2)}$

b) $\frac{3}{33}b^2\,a^4 + \frac{24}{11}b^3a - \frac{9}{22}b^5a^3 + \frac{6}{55}b^6a^2 =$

Se aplica factor común. Todos los términos de la expresión se pueden dividir por $\frac{3}{11}b^2\,a$*, por lo tanto, la expresión algebraica se puede escribir como un producto de dos factores, uno de ellos* $\frac{3}{11}b^2\,a$*, que es un divisor común a todos.*

$Se\ extrae\ factor\ común\ \frac{3}{11}b^2\,a \qquad = \frac{3}{11}b^2\,a\left(\frac{1}{3}a^3 + 8b - \frac{3}{2}b^3a^2 + \frac{2}{5}b^4a\right)$

c) $4x - 16x^3y - 8x^2 + 8x^2y$=

$Se\ pueden\ aplicar\ las\ propiedades\ conmutativa\ y\ asociativa\ de\ la\ adición\ para\ ordenar\ la$

$expresión\ como\ una\ suma\ de\ binomios$:

$$(4x - 8x^2) + (8x^2y - 16x^3y) =$$

Luego se aplica factor por grupo: en este caso, la cantidad de términos es un número compuesto (4), tiene dos términos positivos y dos términos negativos.

$Aplicando\ factoreo\ por\ grupos$:

$\rightarrow\ Se\ extrar\ factor\ común\ \mathbf{4x}\ en\ el\ primer\ binomo\ \ y\ \mathbf{8x^2y}\ en\ el\ segundo\ binomio$

$$= 4x(1 - 2x) + 8x^2y(1 - 2x) =$$

$\rightarrow\ Luego\ se\ extrar\ factor\ común\ (\mathbf{1 - 2x})\ \ \rightarrow\ = (1 - 2x)(4x - +8x^2y)$

$\rightarrow\ Nuevamente, en\ el\ segundo\ factor, se\ extre\ factor\ común\ \mathbf{4x}\ \rightarrow$

$$= (1 - 2x)(4x + 8x^2y) =\ \mathbf{(1 - 2x).4x(1 + 2xy)}$$

$\rightarrow$ *Si se aplica propiedad conmutativa de la multiplicación, y se puede exprresar*

$$como: = \mathbf{4x(1-2x)(1+2xy)}$$

d) $x^6 - 6x^3y^2 + 9y^4 =$

Se trata de un trinomio cuadrado perfecto: su forma de factoreo es el producto de dos binomios idénticos entre sí, cuyos términos son las bases de los cuadrados perfectos del trinomio, es decir que las bases son $\mathbf{x^3}$ *y* $\mathbf{3y^2}$*. En este caso, los términos del binomio serán restados entre sí porque el signo del doble producto del trinomio cuadrado perfecto es negativo, y cuando esto sucede se tienen dos expresiones posibles:*

Una expresión surge de considerar restando la base $\mathbf{x^3}$

$$= (\mathbf{3y^2 - x^3})(\mathbf{3y^2 - x^3}) = (\mathbf{3y^2 - x^3})^{\mathbf{2}}$$

La otra expresión surge de considerar restando la base $\mathbf{3y^2}$

$$= \quad (\mathbf{x^3 - 3y^2})(\mathbf{x^3 - 3y^2}) = (\mathbf{x^3 - 3y^2})^{\mathbf{2}}$$

Las dos expresiones son la consecuencia de que $\boldsymbol{x^6}$ *es el cuadrado perfecto de* $\mathbf{x^3}$ *y también de* $(-\mathbf{x^3})$*, lo mismo sucede con* $\mathbf{9y^4}$ *que es el cuadrado perfecto de* $\mathbf{3y^2}$ *y también de* $(-\mathbf{3y^2})$*, y para que el doble producto del trinomio cuadrado perfecto resulte negativo, una de las bases se debe restar o debe ser negativa.*

e) $4m^2 - 9p^2 =$

$Se\ trata\ de\ una\ diferencia\ de\ cuadrados$: *Su forma de factoreo es el producto entre dos binomios, uno de ellos binomio suma y el otro binomio diferencia, cuyos términos son las bases de los cuadrados que integran la diferencia de cuadrados que se pretende factorear.*

$$4m^2 - 9p^2 = (2m)^2 - (3p)^2 = \mathbf{(2m-3p)(2m+3p)}$$

f) $8x^6 - 12x^4y + 6x^2y^2 - 1y^3 =$

$Se\ trata\ de\ un\ cuatrinomio\ cuadrado\ perfecto$. *Su forma de factoreo es el producto de tres binomios coincidentes entre sí, cuyos términos resultan ser las bases de los cubos perfectos integrantes del cuatrinomio y cuyos signos serán precisamente los que acompañen a dichos cubos perfectos:*

$$8x^6 - 12x^4y + 6x^2y^2 - 1y^3 = (2x^2 - y)(2x^2 - y)(2x^2 - y) = \mathbf{(2x^2 - y)^3}$$

g) $\dfrac{4ab^2 - a + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} b - 16 \quad {}^3}{2a - 8ab^2}\ siendo\ b \neq \frac{1}{2}$

$Se\ aplican\ las\ propiedades\ de\ la\ potenciación\ para\ resolver\ \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$ b =4b

$$= \frac{4ab^2 - a + 4b - 16b^3}{2a - 8ab^2} =$$

$Aplicando\ la\ propiedad\ conmutariva\ de\ la\ adición\ en\ el\ numerador:$

$$= \frac{4b - 16b^3 - a + 4ab^2}{2a - 8ab^2}$$

$Se\ aplica\ factor\ por\ grupos\ en\ el\ numerador\ y\ factor\ común\ en\ el\ denominador$: *En el numerador se extrae factor común **4b** para el primero y segundo término y factor común (**–a**) para el terceo y cuarto término. En el denominador se extrae factor común **2a**.*

$$= \frac{4b(1 - 4b^2) - a(1 - 4b^2)}{2a(1 - 4b^2)} =$$

A partir de la expresión lograda, se extrae factor común $(1 - 4b^2)$ *en el numerador :* $= \frac{(1-4b^2)(4b-a)}{2a(1-4b^2)}$

Se simplifican numerador y denominador por la expresión $(1 - 4b^2)$

$$= \frac{\cancel{(1-4b^2)}(4b-a)}{2a\cancel{(1-4b^2)}} = \boldsymbol{\frac{4b-a}{2a}}\ siendo\ b \neq \frac{1}{2}$$

h) $\frac{1}{4}x^3y^2 - \sqrt{\frac{4}{64}}\ x^4y^3 =$

$Para\ resolver, se\ aplican\ las\ propiedades\ de\ la\ potenciación\ y\ de\ la\ radicación$:

$$= \frac{1}{4}x^3y^2 - \sqrt{\frac{4}{64}}\ x^4y^3 = \frac{1}{4}x^3y^2 - \frac{2}{8}\ x^4y^3$$

$Se\ extrae\ factor\ común\ \left(\frac{1}{4}x^3y^2\right) \rightarrow\ = \boldsymbol{\frac{1}{4}x^3y^2\left(1 - \frac{2}{2}\ xy\right)}$

2. En cada una de los siguientes enunciados establecer la veracidad o falsedad de la afirmación y justificar adecuadamente:

a) $-x^4 + 16y^2 = (x^2 - 4y^2).(x^2 + y^2)$ **Falso**

$-x^4 + 16y^2$ es una diferencia de cuadrados

$(16y^2 - x^{4xx}2) = (4y^2 + x^2)(4y^2 - x^2)$

b) $X^4 - 10x^2 + 25 = (x^2 - 5)^2$ **Verdadero,** es un trinomio cuadrado perfecto

c) $(x - y)^2 = (x - y)(x + y)$ **Falso**

$(x - y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ trinomio cuadrado perfecto

$(x - y)(x + y) = x^2 - y^2$ diferencia de cuadrado

3. Reducir a su más simple expresión:

Aplicar los distintos casos de factoreo que conoce, luego simplificar

a) $\frac{\mathrm{ax-ay+bx-by-cx}}{\mathrm{a+b-c}} = \mathit{siendo}\ a + b - c \neq 0$

Se aplica factor por grupo: en este caso, la cantidad de términos es un número compuesto (6), tiene tres términos positivos y tres términos negativos.
*Se extrae factor común "**a**" en el primero y segundo término, "**b**" en el tercero y cuarto término y por último "**c**" en el quinto y sexto término.*

$$\frac{\mathrm{ax - ay + bx - by - cx + cy}}{\mathrm{a + b - c}} = \frac{\mathrm{a(x - y) + b(x - y) - c(x - y)}}{\mathrm{a + b - c}} =$$

*Luego se aplica factor común: se extrae factor común (**x-y**) que aparece multiplicando a todos los términos:*

$$\frac{\mathrm{(x - y)(a + b - c)}}{\mathrm{a + b - c}} =$$

Por último, se puede simplificar numerador y denominador por la expresión $(a + b - c)$ *porque* $a + b - c \neq 0$

$$= \frac{\mathrm{(x - y)}\cancel{\mathrm{(a + b - c)}}}{\cancel{\mathrm{a + b - c}}} = \boldsymbol{x - y}$$

$$\mathit{Por\ lo\ tanto}\ \frac{\mathrm{ax - ay + bx - by - cx + cy}}{\mathrm{a + b - c}} = \boldsymbol{x - y} \quad \mathit{siendo}\ a + b - c \neq 0$$

b) $\frac{2a^2 - 4ab + 2b^2}{2(\mathrm{a}^2 - b^2)} =$ siendo a≠±b

*Se aplica factor común en el numerador: Se extrae factor común "**2**" en el numerador, luego se simplifica numerador y denominador por "2".*

$$\frac{2(a^2-2ab+b^2)}{2(\mathrm{a}^2-b^2)}=\frac{\cancel{2}(a^2-2ab+b^2)}{\cancel{2}(\mathrm{a}^2-b^2)}=\frac{(a^2-2ab+b^2)}{(\mathrm{a}^2-b^2)}=$$

En el numerador se aplica trinomio cuadrado perfecto y se lo expresa como el producto entre dos binomios idénticos entre sí. En el denominador se aplica diferencia de cuadrados:

$$=\frac{(\mathrm{a}-\mathrm{b})^2}{(\mathrm{a}^2-b^2)}=\frac{(\mathrm{a}-\mathrm{b})(\mathrm{a}-\mathrm{b})}{(\mathrm{a}-\mathrm{b})(\mathrm{a}+\mathrm{b})}=$$

Luego se simplifican numerador y denominador por la expresión $(\mathrm{a}-\mathrm{b})$*:*

$$=\frac{\cancel{(\mathrm{a}-\mathrm{b})}(\mathrm{a}-\mathrm{b})}{\cancel{(\mathrm{a}-\mathrm{b})}(\mathrm{a}+\mathrm{b})}=$$

$$Por\ lo\ tanto\quad \frac{2a^2-4ab+2b^2}{2(\mathrm{a}^2-b^2)}=\frac{\boldsymbol{a-b}}{\boldsymbol{a+b}}\quad siendo\ a\neq\pm b$$

4. ¿Repasamos cómo se factorea cada caso?

Unir con una flecha cada caso con su correspondiente forma de factoreo.

CASO	**FORMA DE FACTOREO**
factor común	**1.** Todos los términos de la expresión a factorear, es posible escribirlos como un producto de dos factores, uno de ellos, común en todos. $2yx + 4y^2 + 6yz = 2y(x+2y+3z)$
factoreo por grupos	**2.** El producto de dos binomios idénticos entre sí, cuyos términos son las bases de los cuadrados perfectos del trinomio y que los mismos serán sumados entre sí si el signo del doble producto del trinomio cuadrado perfecto es positivo y restados en el caso contrario.
Trinomio cuadrado perfecto	**3.** El producto de tres binomios coincidentes entre sí, cuyos términos resultan ser las bases de los cubos perfectos integrantes del cuatrinomio y cuyos signos serán precisamente los que acompañen a dichos cubos perfectos. a3+a2b+3ab2+b3=(a+b)(a+b)(a+b)=(a+b)3
Cuatrinomio cubo perfecto	**4.** El producto entre dos binomios, uno de ellos binomio suma y el otro binomio diferencia, cuyos términos son las bases de los cuadrados que integran la diferencia de cuadrados que se pretende factorear. $(a^2-b^2) = (a+b)(a-b)$
Diferencia de cuadrados	**5.** Descomposición de una expresión algebraica en grupos de igual número de términos con un factor común en cada uno de ellos, donde la expresión resultado es la suma de los productos parciales, obtenidos al multiplicar cada uno de los términos de una de las expresiones factor por cada uno de los términos. $2xa^2+4abx+2xc^2+a^2y+2bay+c^2y = (2x+y)(a^2+2ab+c^2)$