



UNIDAD N° II - ECUACIONES E INECUACIONES

Una **ecuación** es una igualdad entre expresiones algebraicas que se verifica para ciertos valores de las letras a las que denominamos incógnitas.

En una ecuación podemos identificar

$$\underbrace{\tilde{3x} - \tilde{2}}_{\text{primer miembro}} = \underbrace{\tilde{x} + \tilde{6}}_{\text{segundo miembro}}$$

Las ecuaciones nos permiten representar problemas a través de expresiones algebraicas, para encontrar su solución.

Resolver una ecuación, implica encontrar todos los valores posibles de las incógnitas que hagan la igualdad verdadera, a estos valores se lo denomina conjunto solución.

Los **raíces o soluciones** de una ecuación son aquellos valores de las incógnitas que verifican la igualdad.

En este curso solamente nos ocuparemos de las ecuaciones lineales y cuadráticas con una incógnita.

Ecuación lineal

Una **ecuación lineal** o de primer grado en una variable x , es aquella que se puede expresar de la siguiente forma:

$$bx + c = 0$$

Llamamos:

- **b**, al coeficiente del término lineal
- **c**, al coeficiente del término independiente

Donde **b**, **c**, son constantes y **b** tiene que ser distinta de **cero** ($b \neq 0$).

Propiedad uniforme y cancelativa: Si en una ecuación se suma, resta, multiplica o divide un mismo número a ambos lados, entonces se obtiene una ecuación equivalente a la dada y por lo tanto se mantiene la igualdad. Veamos algunos ejemplos.

$$\begin{aligned} x - 2 &= 4 \\ x - \cancel{2} + \cancel{2} &= 4 + 2 \\ x &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x + \frac{2}{3} &= \frac{7}{3} \\ x + \frac{\cancel{2}}{\cancel{3}} - \frac{\cancel{2}}{\cancel{3}} &= \frac{7}{3} - \frac{2}{3} \\ x &= \frac{5}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}x &= 4 \\ \frac{1}{2}x : \frac{1}{2} &= 4 : \frac{1}{2} \\ x &= 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x &= 6 \\ 2x : 2 &= 6 : 2 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

Se puede observar que pareciera que los números “**pasaran al otro lado**” con su operación contraria, pero en realidad este mecanismo esta sostenida en la propiedad uniforme y cancelativa.

Verificación consiste en reemplazar el valor hallado de la incógnita en la ecuación para comprobar si la igualdad se cumple. Veamos un ejemplo:



Verificación (Se reemplaza el valor hallado en la incógnita)

$$\frac{1}{2}x - 3 = 5$$

$$\frac{1}{2}x = 5 + 3$$

$$\frac{1}{2}x = 8$$

$$x = 8.2$$

$$x = 16$$

$$\frac{1}{2} \cdot 16 - 3 = 5$$

$$8 - 3 = 5$$

$$5 = 5$$

Conjunto solución

Pueden darse los siguientes casos:

- **Que exista una única solución** → Ocurre cuando al desarrollar la ecuación nos encontramos con el valor de la misma. $x=2$

- **Que existan infinitas soluciones** → Esto sucede cuando al finalizar la ecuación nos queda el siguiente resultado $0x = 0$, en este caso decimos que es una **identidad**.

- **Que no haya solución posible** → Sucede cuando de un lado de la igualdad nos queda cero y del otro lado un número distinto de cero, esto es incompatible. Ej. $0 \neq 4$

Para tener en cuenta: En caso de que en la ecuación se repita la incógnita, sólo debemos “pasar” a un lado de la igualdad todos aquellos términos que contengan la incógnita y del otro lado de la igualdad todos aquellos términos que no contengan incógnita y operar en ambos miembros. Veamos un ejemplo:

$$\frac{1}{2}x + \frac{2}{5} = \frac{1}{5} + \frac{1}{4}x$$

1) Primero identificamos los términos que contienen la incógnita y aquellos que no la contienen.

$$\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}x = \frac{1}{5} - \frac{2}{5}$$

2) Agrupamos de un lado los términos con la incógnita y del otro aquellos que no la contienen. Para ello hay que tener en cuenta la propiedad uniforme (“pasar al otro lado con el signo contrario”).

$$\frac{1}{4}x = -\frac{1}{5}$$

3) Resolvemos en ambos miembros de la igualdad

$$x = -\frac{1}{5} \cdot 4$$

4) Despejamos la incógnita a través de la propiedad uniforme y resolvemos.

$$x = -\frac{4}{5}$$

Hallar, si existe, el valor de x que verifica la siguiente ecuación:

$$\frac{2 \cdot (x + 3)}{10} + \frac{5 \cdot (-x - 2)}{2} = \frac{4 \cdot (x - 3)}{2}$$

Para resolver esta ecuación podemos comenzar aplicando propiedad distributiva de la multiplicación respecto a la suma, en el numerador:

$$\frac{2x + 6}{10} + \frac{-5 \cdot x - 10}{2} = \frac{4 \cdot x - 12}{2}$$

Luego hay varios caminos para continuar, podemos distribuir el denominador en la suma o en la resta, según corresponda, o bien podemos sacar un denominador común (como suma de fracciones) o en forma similar multiplicar ambos miembros por un número múltiplo de todos los denominadores. Si optamos por esta última propuesta y multiplicamos por 10 (por ser múltiplo de 10, de 5 y de 2) a ambos lados de la igualdad

$$10 \cdot \left(\frac{2x + 6}{10} + \frac{-5 \cdot x - 10}{2} \right) = 10 \cdot \left(\frac{4 \cdot x - 12}{2} \right)$$



distribuimos

$$2x + 6 + 5(-5x - 10) = 5.(4x - 12)$$

operamos

$$2x + 6 - 25x - 50 = 20x - 60$$

agrupamos en un miembro todos los términos que posean la incógnita y del otro lado los términos que no la posean

$$2x + 6 - 25x - 50 = 20x - 60$$

$$2x - 25x - 20x = -60 - 6 + 50$$

$$-43x = -16$$

$$x = \frac{-16}{-43} = \frac{16}{43}$$

La verificación queda a cargo del alumno.

Algunos videos de ejercicios resueltos paso a paso de ecuaciones de primer grado

https://youtu.be/s4hrxXz5ln4?list=PL9SnRnlzoyX1WCU_GxVNqTFCs33EAvNF5

https://youtu.be/QQLlzy5Gb8?list=PL9SnRnlzoyX1WCU_GxVNqTFCs33EAvNF5

https://youtu.be/EpvQTZMHhg4?list=PL9SnRnlzoyX1WCU_GxVNqTFCs33EAvNF5

ACTIVIDAD N° 1

Resolver las siguientes ecuaciones, y luego en los casos que sea posible verifica su resultado:

- a) $2x + 1 = 3 - (1 - x)$
- b) $3x - 2 - 3.(-1 + 2x) = 2 - 2.(x - 1)$
- c) $(8x + 1).(x - 3) = 2x.(4x - 2)$
- d) $\frac{2-8x}{4} = \frac{1}{2}(5 - 4x)$
- e) $3x + \frac{1}{2} - 5 = \frac{5}{2}(2x - 4)$
- f) $\frac{1}{2}x - 3\left(x + \frac{1}{6}\right) = -\left(\frac{5x+1}{2}\right)$
- g) $\frac{2z+3}{4} - z + \frac{3}{2}z = \frac{5+2z}{4}$
- h) $\frac{2x}{3} + \frac{3x}{2} = \frac{1+3x}{2}$
- i) $\frac{1}{3}(2y + 1) + \frac{1}{2}y = \frac{2}{5}(1 - 2y) - 4$
- j) $(0, \hat{2} - 1).(9 - 18x) = \left[2, \hat{2} - \left(\frac{9}{2}\right)^{-1}\right].\left(x - \frac{1}{2}\right)$

ACTIVIDAD N ° 2

Plantear y resolver los siguientes problemas:

Para plantear un problema algebraicamente seguimos una serie de pasos que es importante tener presente:

1. Leer el problema las veces que sea necesario hasta comprender su enunciado
2. Definir e Identificar los datos (valores y operaciones) y la/s indeterminada/s ó incógnita/s del problema. Representar esta última con una letra (si son más, utilizar una letra para cada



MATEMÁTICA PARA EL INGRESO A CIENCIAS ECONÓMICAS Y AFINES

incógnita). Antes de avanzar en el desarrollo es importante autocuestionarse sobre los resultados probables del problema.

3. Expresar algebraicamente la relación existente entre los datos a través de una ecuación.
4. Resolver la expresión matemática
5. Verificar y analizar el resultado. Es importante realizar el análisis criterioso del resultado, pues éste debe ser consistente con lo que se pide en el enunciado del problema, además se debe realizar la verificación, consiste en reemplazar el valor de la incógnita en el planteo simbólico del problema y comprobar si satisface el mismo.

2.1) En un almacén mayorista que distribuye sus productos a comercios minoristas del medio, se cargó en un primer camión los $\frac{2}{7}$ de la mercadería existente y en una segunda unidad de traslado los $\frac{3}{5}$ del resto.

- a) ¿Qué fracción de la mercadería se cargó en la segunda unidad?
- b) ¿Qué porcentaje de la mercadería queda en el almacén?

2.2) De un depósito de leche pasteurizada que estaba lleno se han sacado, primero $\frac{2}{3}$ del total y después $\frac{1}{5}$ del total.

- a) ¿Qué porcentaje de la capacidad total del depósito representa la cantidad de litros extraídos?
- b) ¿Si aún quedan 400 litros de leche, cuál es la capacidad del depósito?

2.3) Un empresario quiere repartir \$45.000 de su utilidad entre sus dos empleados en proporción a la antigüedad que cada uno de ellos tiene en la empresa, 10 y 5 años respectivamente. ¿Cuánto le corresponde a cada uno?

ACTIVIDAD N° 3

De la siguiente expresión, despejar la incógnita indicada.

- a) $I = C_0 \cdot n \cdot i$
- Despejar C_0
 - Despejar n
 - Despejar i

Las **ecuaciones de valor absoluto** son ecuaciones donde la variable está dentro de un operador de valor absoluto.

Resolver ecuaciones con valores absolutos significa encontrar la solución para ambos valores positivo y negativo.

Para cualquier número positivo a , la solución de $|x| = a$ es

$$x = a \text{ ó } x = -a$$

x puede ser una variable o una expresión algebraica.

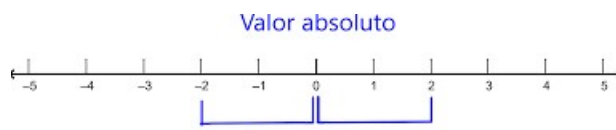
veamos un ejemplo básico.

$$|x|=2$$

La ecuación dice “el valor absoluto de x es igual a dos.” La solución es el valor que está a dos (2) unidades a partir de cero (0) en la recta numérica, en este caso sería $x = 2$ y $x = -2$



MATEMÁTICA PARA EL INGRESO A CIENCIAS ECONÓMICAS Y AFINES



verificamos reemplazando x por 2 y -2

$$|2| = 2 \text{ verifica}$$

$$|-2| = 2 \text{ verifica}$$

Otro ejemplo: $|x + 5| = 15$

Sacamos las barras de valor absoluto y nos queda:

$$x + 5 = 15 \quad \text{y} \quad x + 5 = -15$$

resolvemos y nos da como solución $x = 10$ y $x = -20$

verificamos reemplazando x por 10 y -20

$$|10 + 5| = |15| = 15 \text{ verifica}$$

$$|-20 + 5| = |-15| = 15 \text{ verifica}$$

ACTIVIDAD N° 4

Resolver las siguientes ecuaciones con valor absoluto:

a) $|-2x + 3| = 12$

b) $|2x - 4| = 26$

c) $3|4x - 1| - 5 = 10$

Ecuaciones cuadráticas con una incógnita

Una **ecuación cuadrática o de segundo grado en una variable x** es aquella que puede ser expresada de la siguiente forma.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Llamamos:

- **a**, al coeficiente del término cuadrático
- **b**, al coeficiente del término lineal
- **c**, al coeficiente del término independiente

Donde **a**, **b**, **c**, son constantes y **a** tiene que ser distinta de **cero** ($a \neq 0$), si **a** es igual a cero, la ecuación sería lineal.

Sin embargo, las constantes **b** y **c** pueden asumir el valor cero y la ecuación sigue siendo cuadrática, como por ejemplo:

$$3 + 2x^2 = 0$$

$$x^2 + 3x = 0$$

$$5x^2 = 0$$

ACTIVIDAD N°5

A partir de las siguientes ecuaciones, identificar los valores **a**, **b** y **c**, completando el cuadro.



MATEMÁTICA PARA EL INGRESO A CIENCIAS ECONÓMICAS Y AFINES

ECUACIÓN	a	b	C
$3x^2 + x = 9 - 2x$			
$\frac{8}{3}x^2 + \frac{1}{3} = 6$			
$3x^2 + 7x + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}(1 + x^2)$			

Para resolver una ecuación cuadrática, se aplica la siguiente fórmula:

$$x = \frac{-b \mp \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Es necesario identificar en la ecuación los valores de **a**, **b**, **c** y remplazarlos, el signo $\pm$ indica que hay que realizar dos cálculos por separado, lo que nos dará dos valores, estos pueden ser **dos valores reales distintos o dos valores reales iguales o dos valores no reales**.

La naturaleza de las raíces, dependerán del valor del radicando $b^2 - 4ac$, el cual se denomina **discriminante**

a) $b^2 - 4ac > 0$, en este caso obtendremos dos raíces reales distintas.

b) $b^2 - 4ac < 0$ en este caso obtendremos dos raíces no reales.

c) $b^2 - 4ac = 0$ en este caso obtendremos dos raíces reales iguales.

Ejemplos:

a) $2x^2 - 4x - 30 = 0$ $a = 2, b = -4, c = -30$

$b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-30) = 256 > 0$ *dos raíces reales distintas*

Aplico la formula general

$x = \frac{-b \mp \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-4) \mp \sqrt{256}}{2 \cdot 2}$ *siendo $x_1 = -3$ y $x_2 = 5$*

b) $x^2 - 6x + 9 = 0$ $a = 1, b = -6, c = 9$

$b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 0$ *dos raíces reales iguales*

Aplico la formula general

$x = \frac{-b \mp \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-6) \mp \sqrt{0}}{2 \cdot 1}$ *siendo $x_1 = 3$ y $x_2 = 3$*

c) $\frac{1}{2}x^2 - 3x + 9$ $a = 1/2, b = -3, c = 9$

$b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 9 = -9 < 0$ *dos raíces no reales*

Ecuación de segundo grado incompleta



MATEMÁTICA PARA EL INGRESO A CIENCIAS ECONÓMICAS Y AFINES

En el caso que "b" y/o "c", sean cero se puede aplicar la fórmula general, pero es posible utilizar otras expresiones más sencillas

Cuando c=0 (término independiente =0)	Cuando b=0 (término lineal =0)
La ecuación expresada en forma general es: $ax^2 + bx = 0$ se puede expresar como: $x(ax+b)=0$ la solución es: $x_1 = 0$ y $x_2 = -b/a$	La ecuación expresada en forma general es: $ax^2 + c = 0$ se puede expresar como: $x = \mp \sqrt{-\frac{c}{a}}$ la solución es : $x_1 = \sqrt{-\frac{c}{a}} \quad y \quad x_2 = -\sqrt{-\frac{c}{a}}$

Ejemplo:

a) $3x^2 - 5x = 0$, $a = 3$ y $b = -5$
 $X \cdot (3x - 5) = 0$, solución : $x_1 = 0$ y $x_2 = 5/3$

b) $4x^2 + 10 = 26$
 $4x^2 + 10 - 10 = 26 - 10$
 $4x^2 : 4 = 16 : 4$
 $x = \mp \sqrt{4}$ solución: $x_1 = 2$ y $x_2 = -2$

un video de ejercicios resueltos paso a paso de ecuaciones de segundo grado

https://youtu.be/1j8IDMuJ2n4?list=PL9SnRnlzoyX1WCU_GxVNqTFCs33EAvNF5

ACTIVIDAD N° 6

Clasificar las siguientes ecuaciones en lineales o cuadráticas y luego resolver.

a) $3x^2 - 5x + 2 = 4 - 6x$

b) $-\frac{5}{4}x^2 + \frac{15}{2}x = \frac{45}{4}$

c) $x^2 = x$

d) $-25x^2 + 4 = 0$

e) $3 \cdot (2x - 5) = -4x - 3$

ACTIVIDAD N° 7

Verificar cual o cuales de los valores propuestos para la incógnita es/son la solución en la expresión dada

a) $3y^2 - 5y + 2 = 4 - 6y$

a) $y = 1/3$

b) $y = -1$

c) $y = 2/3$

b) $(1 + t)^2 - 1 = 4t + 11$

a) $t = 1$

b) $t = 4,464101$

c) $t = 0,464101$



ACTIVIDAD N° 8

Dada la ecuación $2x^2 + bx + 2 = 0$, sabiendo que el discriminante es cero, obtener el o los valores de **b**.

ACTIVIDAD N° 9

En cada uno de los siguientes enunciados, establecer la veracidad o falsedad de la afirmación y justificar su respuesta.

- a) La ecuación $x^2 + 7x = 6$ tiene dos raíces reales y distintas.
- b) La ecuación $\frac{1}{2}x^2 + 5x = -\frac{25}{2}$ no tiene raíces reales.
- c) La ecuación $x^2 + 2x + 5 = 0$ tiene dos raíces reales.

Propiedades de las raíces de una ecuación cuadrática

También es posible demostrar dos propiedades que verifican las raíces o soluciones de cualquier ecuación cuadrática.

Propiedad 1

La suma de las raíces de una ecuación cuadrática es igual al cociente entre el opuesto del coeficiente del término lineal y el coeficiente del término cuadrático. Simbólicamente

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

Propiedad 2

El producto de las raíces de una ecuación cuadrática, es igual al cociente entre el coeficiente del término independiente y el coeficiente del término cuadrático. Simbólicamente.

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

ACTIVIDAD N°10

Si la ecuación $3x^2 + b(x - 2) + 1 = 0$, tiene como raíces dos números que sumados dan como resultado 6, ¿Cuál es el valor de **b**?

ACTIVIDAD N°11

Si sabemos que **3** es una de las raíces de la ecuación $ax^2 + 5x = 33$, obtener el valor de **a** y de la otra raíz.

ACTIVIDAD N°12

Si contamos con la siguiente información de una ecuación cuadrática, **a= -3**; **b= -15** y **x₁= -4** determinar el valor de **c** y de la otra raíz.

ACTIVIDAD N°13

Completar la ecuación $2x^2 + bx + c=0$, determinando los valores de **b** y **c** sabiendo que la suma de sus raíces es -2 y el producto es -4

ACTIVIDAD N° 14

La función demanda de un producto particular es $q = f(p) = 500.000 - 3.000 p$ donde **q** representa las cantidades unitarias demandadas y "**p**" representa el precio expresado en pesos que los demandantes están dispuestos a pagar. La función del ingreso total, es igual al producto de las cantidades demandadas por el precio, **I = q . p**.



a) Las raíces de $I(p) = -3.000p^2 + 500.000p$ son **DOS RAÍCES REALES IGUALES / DOS RAÍCES REALES DISTINTAS / DOS RAÍCES COMPLEJAS CONJUGADAS**

ACTIVIDAD N° 15

De la siguiente expresión, despejar la incógnita indicada.

$$Q = \sqrt{\frac{2kD}{g}}$$

- a) Despejar D
- b) Despejar k
- c) Despejar g

ACTIVIDAD N° 16

Resolver las siguientes situaciones problemáticas:

16.1) Un capital (**C**) de \$ 100.000 se invierte a una tasa de interés simple (**i**) del 2% mensual durante un periodo de tiempo (**t**) de 5 meses.

Nota:

La fórmula del Interés Simple es: $I = C \cdot i \cdot t$, donde **I** es el interés que produce el capital (**C**) a una tasa del tanto por uno (**i**) (tasa/100), durante un tiempo (**t**).

M es el monto total obtenido luego transcurrido el tiempo (**t**) durante el cual se invirtió un capital (**C**) a una tasa de interés (**i**).

$$M = C (1 + i \cdot t).$$

Se solicita calcular:

a) ¿Cuánto será el interés **I** obtenido al cabo de dicho tiempo?

b) ¿Cuál será el Monto Total Acumulado (**M**) al final del quinto periodo?

16.2) Qué Monto producirá un interés simple de \$ 12.000 en el periodo comprendido entre el 15 de septiembre y el 15 de octubre a un interés anual del 52%? Siendo $M = C (1 + i \cdot t)$

16.3) Cuando el precio unitario de un producto es p , el proveedor ofrece una cantidad q de ese producto, representada por la siguiente expresión: $q = \frac{105 p^2}{5 p^2 + 48}$

a. ¿Cuántas unidades ofrecerá semanalmente si el precio unitario es de \$13,85?

b. Si ofrece 20 unidades semanalmente, ¿Cuál será el precio unitario del producto?

16.4) Un capital (**C₀**) de \$ 100.000 se invierte a una tasa de interés anual compuesto (**i**) del 2% mensual durante un tiempo (**t**) de 5 meses. Sabiendo que la fórmula del Interés Compuesto es: $C_n = C_0 (1 + i)^t$, donde **C₀** es el capital inicial que está invertido a una tasa del tanto por uno (**i**), durante un tiempo (**t**) y **C_n** es el capital acumulado durante ese periodo a esa tasa entonces:

a) ¿Cuál será el Interés (**I**) obtenido al cabo de dicho tiempo?

b) ¿Cuál será el Capital Total Acumulado (**C_n**) al final del quinto periodo?



INECUACIONES

- Existen dos tipos de desigualdades:
- ✓ Desigualdades **estrictas, rigurosas o determinadas**. En la relación de desigualdad intervienen los signos $>$ y $<$.
- ✓ Desigualdades **no estrictas, no rigurosas o indeterminadas**. En la relación de desigualdad intervienen los signos $\geq$ y $\leq$. Se pueden clasificar también en:
 - Las desigualdades se pueden clasificar en:
 - ✓ Desigualdades **absolutas**: La desigualdad se cumple para cualquier valor que adopte la variable.
Ej. $b^2 + 2 > 1$ y $(a + b)^2 + 4 > 0$
 - ✓ Desigualdades **Condicionales o Relativas**: Están sujetas a determinados valores de las variables. Estas también se llaman **Inecuaciones**.

$$\text{Ej. } x - 3 < 1 \quad y \quad x^2 \geq 4 \quad x + 2y > 5$$

Se concluye que cualquier desigualdad no es una inecuación.

Una inecuación es una desigualdad entre expresiones algebraicas que se verifican para algunos valores de sus letras, a las que denominamos incógnitas.

El conjunto de todos los valores que verifican una inecuación se denomina **Conjunto solución** y se lo representa mediante un intervalo real.

Resolución de una inecuación

Una inecuación se resuelve como una ecuación (despejando la incógnita a través de la propiedad uniforme); salvo en el caso en que se divida o multiplique a ambos miembros por un número negativo, ya que en estos casos se debe invertir el sentido de la desigualdad.

Veamos algunos ejemplos:

$$\begin{aligned} -5x &> 7 \\ \frac{-5x}{-5} &< \frac{7}{-5} \\ x &< -\frac{7}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -\frac{2}{5}x &\leq -4 \\ -\frac{2}{5}x : \left(-\frac{2}{5}\right) &\geq -4 : \left(-\frac{2}{5}\right) \\ x &\geq 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -2x &< 9 \\ -2x : (-2) &> 9 : (-2) \\ x &> -\frac{9}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -\frac{3}{4}x &\geq -2 \\ -\frac{3}{4}x : \left(-\frac{3}{4}\right) &\leq -2 : \left(-\frac{3}{4}\right) \\ x &\leq \frac{8}{3} \end{aligned}$$

Conjunto solución

$$CS = \left(-\infty; -\frac{7}{5}\right)$$

$$CS = [10; \infty)$$

$$CS = \left(-\frac{9}{2}; \infty\right)$$

$$CS = \left(-\infty; \frac{8}{3}\right]$$

¿Qué es un intervalo?

Es un conjunto de números que se encuentra comprendido entre dos extremos, que pueden estar o no incluidos dentro de la solución, como se puede observar en los ejemplos anteriores.

- Si los valores están incluidos, entonces nuestro intervalo se va a abrir y cerrar con corchetes $[]$. Esto ocurre cuando en el símbolo de desigualdad está incluido el igual. Lo llamamos **intervalo cerrado**.



MATEMÁTICA PARA EL INGRESO A CIENCIAS ECONÓMICAS Y AFINES

Ejemplo: $-3 \leq x \leq 4$, notación en Intervalo $[-3; 4]$, la solución incluye todos los números comprendidos entre el -3 y 4 incluyendo el -3 y el 4.

- Puede ocurrir que uno de los extremos este incluido y el otro no, lo llamamos intervalo **semiabierto**.

Ejemplo:

$-3 < x \leq 4$, notación en Intervalo $(-3; 4]$, la solución incluye todos los números comprendidos entre el -3 y 4 incluyendo el 4 y sin incluir el -3.

$-3 \leq x < 4$, notación en Intervalo $[-3; 4)$, la solución incluye todos los números comprendidos entre el -3 y 4 incluyendo el -3 y sin incluir el 4.

"Mayor o igual que..." $\geq$
 $x \geq a \rightarrow [a, \infty)$
Se lee: "x es mayor o igual que a"

o

"Menor o igual que..." $\leq$
 $x \leq a \rightarrow (-\infty; a]$
Se lee: "x es menor o igual que a"

- Si los valores no están incluidos, entonces nuestro intervalo se va a abrir y cerrar con paréntesis (). Esto ocurre cuando en el símbolo de desigualdad no está incluido el igual. Lo llamamos **intervalo abierto**.

Ejemplo

$-3 < x < 4$, notación en Intervalo $(-3; 4)$, la solución incluye todos los números comprendidos entre el -3 y 4 sin incluir el -3 y el 4.

Puede ser:

"Mayor que..." $>$
 $x > a \rightarrow (a, \infty)$
Se lee: "x es mayor que a"

o

"Menor que..." $<$
 $x < a \rightarrow (-\infty; a)$
Se lee: "x es menor que a"

A modo de resumen:

Nombre del intervalo	Notación conjuntista	Notación de intervalo	Representación gráfica
Abierto	$\{x / x \in \mathbb{R} \wedge a < x < b\}$	$(a; b)$	
Cerrado	$\{x / x \in \mathbb{R} \wedge a \leq x \leq b\}$	$[a; b]$	
Semiabierto a izquierda	$\{x / x \in \mathbb{R} \wedge a < x \leq b\}$	$(a; b]$	
Semiabierto a derecha	$\{x / x \in \mathbb{R} \wedge a \leq x < b\}$	$[a; b)$	
Infinito	$\{x / x \in \mathbb{R}\}$	$(-\infty; \infty)$	

Un video de ejercicios resueltos paso a paso de inecuaciones.

https://youtu.be/amQOmWk6kk4?list=PL9SnRnlzoyX3WSvCry-ctW4I_yMH1Z9Xo

Inecuación con Valor Absoluto

Para cualquier valor positivo de a:

$|x| \leq a$ es equivalente a: $-a \leq x \leq a$ (esta regla también aplica para $|x| < a$)

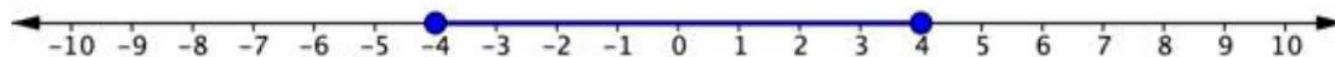
$|x| \geq a$ es equivalente a: $x \leq -a$ y $x \geq a$ (esta regla también aplica para $|x| > a$)



x puede ser una variable o una expresión algebraica.

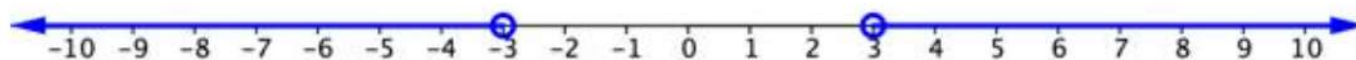
Ejemplo

$|x| \leq 4$, solución $-4 \leq x \leq 4$ representación en intervalo: $[-4; 4]$



El círculo lleno indica que el punto -4 y 4 está incluido

$|x| > 3$, solución $x < 3$ y $x > 3$ representación en intervalo: $(-\infty; -3) \cup (3; \infty)$



El círculo vacío indica que el punto -3 y 3 está incluido.

Algunos videos de ejercicios resueltos paso a paso de inecuaciones con valor absoluto

https://youtu.be/-r8s7abxzdo?list=PL9SnRnlzoyX2CJ0j7mHFK_b4KOjbqxp

<https://youtu.be/y9eXLZTmBow>

ACTIVIDAD N° 17

Resolver las siguientes inecuaciones, escribir el intervalo que corresponde a la solución y representar en la recta numérica.

1. $3x - 2 < 1$

2. $\frac{x+1}{2} > 4$

3. $-2x + 2 \leq x + 3$

4. $\frac{2x}{3} + \frac{3x}{2} \leq \frac{1+3x}{2}$

5. $|x + 4| > 2$

6. $|-2x + 3| \leq 12$

ACTIVIDAD N°18

Resolver las siguientes situaciones problemáticas

18.1) Una empresa que comercializa ventanas tiene como objetivo evitar pérdidas por demanda insatisfecha.

- Se ha decidido, para evitar pérdidas por demanda insatisfecha, que el stock mínimo debe ser por lo menos de 40 ventanas.
- Si el costo de cada ventana es de \$5.000. ¿Qué capital mínimo tienen inmovilizado?
- Para evitar que el capital inmovilizado supere la suma de \$450.000 ¿Qué cantidad máxima de ventanas podrá tener en stock?
- ¿A qué conclusión arriba analizando los incisos anteriores?



MATEMÁTICA PARA EL INGRESO A CIENCIAS ECONÓMICAS Y AFINES

- 18.2) Florencia va a un recital con sus amigas. Disponen de \$6600. Si compran las entradas de \$900, les sobra dinero. Pero si compran las de \$1000 les va a faltar. ¿Cuántas amigas fueron al recital?
- 18.3) Un comerciante compra tenazas por \$6.800. Si las vende a \$480 c/u pierde dinero. Si las vende a \$500 gana. ¿Cuánto dinero gana si vendió la mitad de dicha mercadería a \$620 y la otra mitad a \$680? ¿Cuál fue el precio de compra?

$$\text{Ganancia} = \text{Ingreso por la Venta} - \text{Costo (Precio de Compra)}$$



SOLUCIÓN: UNIDAD III - ECUACIONES E INECUACIONES

ACTIVIDAD N° 1

Resolver las siguientes ecuaciones, y luego en los casos que sea posible verifica su resultado:

a) $2x + 1 = 3 - (1 - x)$

$$2x + 1 = 3 - 1 + x$$

$$2x + 1 = 2 + x$$

$$2x - x = 2 - 1$$

$$x = 1$$

Reemplazar en la ecuación para verificar el valor de x encontrado:

$$2(1) + 1 = 3 - (1 - 1)$$

$$2 + 1 = 3 - 0$$

$$3 = 3$$

El valor de x que es solución de esta ecuación es 1.

b) $3x - 2 - 3(-1 + 2x) = 2 - 2(x - 1)$

$$3x - 2 + 3 - 6x = 2 - 2x + 2$$

$$1 - 3x = 4 - 2x$$

$$1 - 4 = 3x - 2x$$

$$-3 = x$$

Reemplazar en la ecuación para verificar el valor de x encontrado:

$$3x - 2 - 3(-1 + 2x) = 2 - 2(x - 1)$$

$$3(-3) - 2 - 3(-1 + 2(-3)) = 2 - 2((-3) - 1)$$

$$(-9) - 2 - 3(-1 + (-6)) = 2 - 2(-4)$$

$$(-9) - 2 + 3 + 18 = 2 + 8$$

$$10 = 10$$

c) $(8x + 1) \cdot (x - 3) = 2x \cdot (4x - 2)$

$$8x^2 - 24x + 1x - 3 = 8x^2 - 4x$$

$$8x^2 - 8x^2 - 24x + 1x + 4x = 3$$

$$-19x = 3$$

$$x = -\frac{3}{19}$$

verificamos:

$$8x^2 - 24x + 1x - 3 = 8x^2 - 4x$$

$$-24\left(-\frac{3}{19}\right) + 1\left(-\frac{3}{19}\right) - 3 = -4\left(-\frac{3}{19}\right)$$



MATEMÁTICA PARA EL INGRESO A CIENCIAS ECONÓMICAS Y AFINES

$$\left(\frac{72}{19}\right) - \left(\frac{3}{19}\right) - \left(\frac{57}{19}\right) = \left(\frac{12}{19}\right)$$

$$\left(\frac{12}{19}\right) = \left(\frac{12}{19}\right)$$

d) $\frac{2-8x}{4} = \frac{1}{2}(5-4x)$ no tiene solución

$$\frac{2-8x}{4} = \frac{1}{2}(5-4x)$$

$$\frac{1}{2} - 2x = \frac{5}{2} - 2x$$

$$-2x + 2x = \frac{5}{2} - \frac{1}{2}$$

$$0 \neq 2$$

e) $3x + \frac{1}{2} - 5 = \frac{5}{2}(2x - 4)$

$$3x + \frac{1}{2} - 5 = \frac{5}{2}(2x - 4)$$

$$3x + \frac{1}{2} - 5 = 5x - 10$$

$$3x - \frac{9}{2} = 5x - 10$$

$$-\frac{9}{2} + 10 = 5x - 3x$$

$$\frac{11}{2} = 2x$$

$$\frac{11}{4} = x$$

Verificación

$$3. \frac{11}{4} + \frac{1}{2} - 5 = \frac{5}{2} \left(2 \frac{11}{4} - 4 \right)$$

$$\frac{33}{4} + \frac{2}{4} - \frac{20}{4} = \frac{5}{2} \left(\frac{22}{4} - \frac{16}{4} \right)$$

$$\frac{15}{4} = \frac{5}{2} \left(\frac{6}{4} \right)$$

$$\frac{15}{4} = \frac{30}{8}$$

$$\frac{15}{4} = \frac{15}{4}$$



f) $\frac{1}{2}x - 3\left(x + \frac{1}{6}\right) = -\left(\frac{5x+1}{2}\right)$ infinitas soluciones, es una identidad

$$\frac{1}{2}x - 3x - \frac{1}{2} = -\frac{5}{2}x - \frac{1}{2}$$

$$-\frac{5}{2}x - \frac{1}{2} = -\frac{5}{2}x - \frac{1}{2}$$

Verificación

Como se verifica para cualquier valor de x, lo hacemos a modo de ejemplo para x=0 y x=1, podré tomar cualquier otro valor .

Si x= 0

$$\frac{1}{2}(0) - 3\left(0 + \frac{1}{6}\right) = -\left(\frac{5(0) + 1}{2}\right)$$

$$-\frac{1}{2} = -\frac{1}{2} \text{ se verifica}$$

Si x=1

$$\frac{1}{2}(1) - 3\left(1 + \frac{1}{6}\right) = -\left(\frac{5(1) + 1}{2}\right)$$

$$-3 = -3 \text{ se verifica}$$

g) $\frac{2z+3}{4} - z + \frac{3}{2}z = \frac{5+2z}{4}$

$$\frac{2z + 3 - 4z + 6z}{4} = \frac{5 + 2z}{4}$$

$$\frac{3 + 4z}{4} = \frac{5 + 2z}{4}$$

$$3 + 4z = 5 + 2z$$

$$4z - 2z = 5 - 3$$

$$2z = 2$$

$$z = 1$$

Verificación:

$$\frac{2(1) + 3 - 4(1) + 6(1)}{4} = \frac{5 + 2(1)}{4}$$

$$\frac{2 + 3 - 4 + 6}{4} = \frac{5 + 2}{4}$$

$$\frac{7}{4} = \frac{7}{4}$$



h) $\frac{2x}{3} + \frac{3x}{2} = \frac{1+3x}{2}$

$$\frac{4x+9x}{6} = \frac{1+3x}{2}$$

$$\frac{13x}{6} = \frac{1+3x}{2}$$

$$\frac{13x}{6} \cdot 2 = 1 + 3x$$

$$\frac{13x}{3} = 1 + 3x$$

$$\frac{13x}{3} - 3x = 1$$

$$\frac{4}{3}x = 1$$

$$\frac{3}{4} = x$$

Reemplazar en la ecuación para verificar el valor de x encontrado.

$$\frac{2x}{3} + \frac{3x}{2} = \frac{1+3x}{2}$$
$$\frac{2(\frac{3}{4})}{3} + \frac{3(\frac{3}{4})}{2} = \frac{1+3(\frac{3}{4})}{2}$$

En el primer miembro de esta igualdad hay fracciones con distintos denominadores. Busco el común denominador.

$$\frac{2 \cdot 2(\frac{3}{4}) + 3 \cdot 3(\frac{3}{4})}{3 \cdot 2} = \frac{1 + 3(\frac{3}{4})}{2}$$

$$\frac{4(\frac{3}{4}) + 9(\frac{3}{4})}{6} = \frac{1 + 3(\frac{3}{4})}{2}$$

$$2(13(\frac{3}{4})) = 6(1 + 3(\frac{3}{4}))$$

$$39/2 = 6 + 27/2$$

$$39/2 = 12/2 + 27/2$$

$$39/2 = 39/2$$

Al verificarse la igualdad, se concluye que cuando $x=3/4$ se encuentra la solución de la ecuación

i) $\frac{1}{3}(2y+1) + \frac{1}{2}y = \frac{2}{5}(1-2y) - 4$

$$\frac{1}{3}(2y+1) + \frac{1}{2}y = \frac{2}{5}(1-2y) - 4$$
$$\frac{2}{3}y + \frac{1}{3} + \frac{1}{2}y = \frac{2}{5}\left(-\frac{4}{5}y\right) - 4$$



MATEMÁTICA PARA EL INGRESO A CIENCIAS ECONÓMICAS Y AFINES

$$\frac{2}{3}y + \frac{1}{2}y + \frac{4}{5}y = \frac{2}{5} - 4 - \frac{1}{3}$$

$$\frac{20y + 15y + 24y}{30} = \frac{6 - 60 - 5}{15}$$

$$\frac{59y}{30} = \frac{-59}{15}$$

$$y = \frac{-59}{15} \cdot \frac{30}{59}$$

$$y = -2$$

Verificacion:

$$\frac{1}{3}(2(-2) + 1) + \frac{1}{2}(-2) = \frac{2}{5}(1 - 2(-2)) - 4$$

$$\frac{1}{3}((-4) + 1) + \frac{1}{2}(-2) = \frac{2}{5}(1 + 4) - 4$$

$$\frac{1}{3}(-3) + \frac{1}{2}(-2) = \frac{2}{5}(5) - 4$$

$$\frac{-3}{3} - \frac{2}{2} = \frac{10}{5} - \frac{20}{5}$$

$$-2 = -\frac{10}{5}$$

$$-2 = -2$$

$$j) (0, \hat{2} - 1) \cdot (9 - 18x) = \left[2, \hat{2} - \left(\frac{9}{2}\right)^{-1} \right] \cdot \left(x - \frac{1}{2}\right)$$

$$\left(\frac{2}{9} - 1\right) \cdot (9 - 18x) = \left[\frac{20}{9} - \frac{2}{9}\right] \cdot \left(x - \frac{1}{2}\right)$$

$$-\frac{7}{9} \cdot (9 - 18x) = 2 \cdot \left(x - \frac{1}{2}\right)$$

$$-7 + 14x = 2x - 1$$

$$14x - 2x = -1 + 7$$

$$12x = 6$$

$$x = \frac{6}{12}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

Verificamos:

$$\left(\frac{2}{9} - 1\right) \cdot \left(9 - 18\frac{1}{2}\right) = \left[\frac{20}{9} - \frac{2}{9}\right] \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right)$$



$$\left(\frac{2}{9} - 1\right) \cdot (0) = \left[\frac{20}{9} - \frac{2}{9}\right] \cdot (0)$$

$$(0) = (0)$$

ACTIVIDAD N ° 2

Plantear y resolver los siguientes problemas:

Para plantear un problema algebraicamente seguimos una serie de pasos que es importante tener presente:

- Leer el problema las veces que sea necesario hasta comprender su enunciado
- Identificar los datos (valores y operaciones) y la/s indeterminada/s o incógnita/s del problema. Representar esta última con una letra (si son más, utilizar una letra para cada incógnita).
- Expresar algebraicamente la relación existente entre los datos a través de una ecuación.

2.1) En un almacén mayorista que distribuye sus productos a comercios minoristas del medio, se cargó en un primer camión los $\frac{2}{7}$ de la mercadería existente y en una segunda unidad de traslado los $\frac{3}{5}$ del resto.

- a) ¿Qué fracción de la mercadería se cargó en la segunda unidad?
b) ¿Qué porcentaje de la mercadería queda en el almacén?

x = Total de la mercadería

p = Total de la mercadería cargada en el primer camión

s = Total de la mercadería cargada en la segunda unidad

r = Porcentaje de mercadería que queda en el almacén

$$p = \frac{2}{7} x$$

a) $s = (x - \frac{2}{7}x) \cdot \frac{3}{5} = \frac{3}{7} x$

En la segunda unidad se cargaron $\frac{3}{7}$ de la mercadería

b) $r = (x - p - s)100\%$

$$r = (x - \frac{2}{7}x - (\frac{3}{7}x)) \cdot \frac{3}{5} 100\%$$

$$r = (x - \frac{2}{7}x - \frac{3}{7}x)100\%$$

$$r = \frac{2}{7}x \cdot 100\% = 0,2857x \cdot 100\%$$

$$r = 28,57\%x$$

En el almacén queda el 28,57% de la mercadería

2.2) De un depósito de leche pasteurizada que estaba lleno se han sacado, primero $\frac{2}{3}$ del total y después $\frac{1}{5}$ del total.

- a) ¿Qué porcentaje de la capacidad total del depósito representa la cantidad de litros extraídos?
x = Capacidad del depósito, en litros

p = Porcentaje de litros extraídos

$$p = (\frac{2}{3}x + \frac{1}{5}x)100\%$$

$$p = (\frac{13}{15}x)100\%$$

$$p = (0,866...x)100\% = 86,67\%$$

La cantidad de litros extraídos representa el 86,67% de la capacidad total del depósito.



MATEMÁTICA PARA EL INGRESO A CIENCIAS ECONÓMICAS Y AFINES

b) ¿Si aún quedan 400 litros de leche, cuál es la capacidad del depósito?

$$x = \frac{2}{3}x + \frac{1}{5}x + 400 \rightarrow x - \frac{2}{3}x - \frac{1}{5}x = 400$$

$$(15x - 10x - 3x)/15 = 400 \rightarrow \frac{2}{15}x = 400 \rightarrow x = 6.000 / 2$$

X = 3.000 litros

La capacidad del depósito es de 3.000 litros

2.3) Un empresario quiere repartir \$45.000 de su utilidad entre sus dos empleados en proporción a la antigüedad que cada uno de ellos tiene en la empresa, 10 y 5 años respectivamente. ¿Cuánto le corresponde a cada uno?

x = el importe que se paga por año de antigüedad

$$10x + 5x = 45.000$$

$$15x = 45.000 \quad x = 3.000$$

Empleado con 10 años de antigüedad cobra = 3.000. 10 = \$ **30.000**

Empleado con 5 años de antigüedad cobra = 3.000. 5 = \$ **15.000**

ACTIVIDAD N°3

De la siguiente expresión, despejar la incógnita indicada

a) $I = C_0 \cdot n \cdot i$

- Despejar C_0

$$I = C_0 \cdot n \cdot i$$

$$\frac{I}{n \cdot i} = C_0$$

- Despejar n

$$\frac{I}{C_0 \cdot i} = n$$

- Despejar i

$$\frac{I}{C_0 \cdot n} = i$$

ACTIVIDAD N° 4

Resolver las siguientes ecuaciones con valor absoluto:

a) $|-2x + 3| = 12$

$$-2x + 3 = 12$$

$$-2x = 12 - 3$$

$$\boxed{x = -9/2} \quad \text{ó}$$

$$-2x + 3 = -12$$

$$-2x = -12 - 3$$

$$\boxed{x = 15/2}$$

Verificación, reemplazamos x por -9/2 y 15/2 en $|-2x + 3| = 12$

$$\left| -2\left(-\frac{9}{2}\right) + 3 \right| = 12 \quad \text{se verifica}$$



MATEMÁTICA PARA EL INGRESO A CIENCIAS ECONÓMICAS Y AFINES

$$\left| -2 \left(\frac{15}{2} \right) + 3 \right| = 12 \quad \text{se verifica}$$

b) $|2x - 4| = 26$

$$2x - 4 = 26$$

$$2x = 30$$

$$\boxed{x = 15}$$

$$2x - 4 = -26$$

$$2x = -22$$

$$\boxed{x = -11}$$

Verificación, reemplazamos x por 15 y -11 $|2x - 4| = 26$

$$|2 \cdot 15 - 4| = 26 \text{ se verifica}$$

$$|2 \cdot (-11) - 4| = 26 \text{ se verifica}$$

c) $3|4x - 1| - 5 = 10$

$$\text{Siendo } z = 4x - 1$$

$$3z - 5 = 10$$

$$3z = 10 + 5$$

$$z = 5$$

$$|4x - 1| = z$$

$|4x - 1| = 5$ Por lo tanto la solución $4x - 1$ puede ser igual a 5 o (-5)

$$4x - 1 = 5$$

$$4x = 6$$

$$x = 6/4$$

$$\boxed{x = 3/2}$$

ó

$$4x - 1 = -5$$

$$4x = -5 + 1$$

$$4x = -4$$

$$\boxed{x = -1}$$

Verificación, reemplazamos $x=3/2$ y $x=-1$ en $3|4x - 1| - 5 = 10$

$$3|4 \cdot 3/2 - 1| - 5 = 10$$

$$3|5| - 5 = 10$$

$$3|4(-1) - 1| - 5 = 10$$

$$3|-5| - 5 = 10$$

ACTIVIDAD N°5

A partir de las siguientes ecuaciones, identificar los valores a, b y c, completando el cuadro.

ECUACIÓN	a	b	c
$3x^2 + x = 9 - 2x$	3	3	-9
$\frac{8}{3}x^2 + \frac{1}{3} = 6$	8/3	0	-17/3
$3x^2 + 7x + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}(1 + x^2)$	5/2	7	0



ACTIVIDAD N° 6

Clasificar las siguientes ecuaciones en lineales o cuadráticas y luego resolver.

a) $3x^2 - 5x + 2 = 4 - 6x$,
 $3x^2 - 5x + 6x = 4 - 2$
 $3x^2 + x - 2 = 0$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-2)}}{2 \cdot 3}$$

$$x_1 = \frac{-1+5}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$x_2 = \frac{-1-5}{6} = \frac{-6}{6} = -1$$

b) $-\frac{5}{4}x^2 + \frac{15}{2}x = \frac{45}{4}$
 $-\frac{5}{4}x^2 + \frac{15}{2}x - \frac{45}{4} = 0$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-\frac{15}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{15}{2}\right)^2 - 4 \cdot \left(-\frac{5}{4}\right) \cdot \left(-\frac{45}{4}\right)}}{2 \cdot \left(-\frac{5}{4}\right)}$$

$$x_{1,2} = \frac{-\frac{15}{2} \pm \sqrt{\frac{225}{4} - 4 \cdot \left(\frac{225}{16}\right)}}{\left(-\frac{10}{4}\right)}$$

$$x_{1,2} = \frac{-\frac{15}{2} \pm \sqrt{\frac{225}{4} - \frac{225}{4}}}{\left(-\frac{5}{2}\right)}$$

$$x_{1,2} = \frac{-\frac{15}{2} \pm \sqrt{0}}{\left(-\frac{5}{2}\right)}$$

$$x_{1,2} = \frac{-\frac{15}{2}}{-\frac{5}{2}} = 3$$

Ecuación Cuadrática

verificación

• $x = 2/3$

$$3 \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 5 \left(\frac{2}{3}\right) + 2 = 4 - 6 \left(\frac{2}{3}\right)$$

$$4/3 - 10/3 + 12/3 = 4 - 2$$

$$6/3 = 2$$

$$\boxed{2 = 2}$$

• $x = -1$

$$3 (-1)^2 - 5 (-1) + 2 = 4 - 6 (-1)$$

$$3 + 5 + 2 = 4 + 6$$

$$\boxed{10 = 10}$$

Ecuación cuadrática

Verificación:

• $x=3$

$$-\frac{5}{4} \cdot 3^2 + \frac{15}{2} \cdot 3 = \frac{45}{4}$$

$$-\frac{45}{4} + \frac{45}{2} = \frac{45}{4}$$

$$\boxed{\frac{45}{4} = \frac{45}{4}}$$



c) $x^2 = x$

$$x^2 - x = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 0}}{2 \cdot 1}$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm 1}{2}$$

$$x_1 = \frac{1+1}{2} = 1$$

$$x_2 = \frac{1-1}{2} = 0$$

Ecuación cuadrática

Verificación:

- $x = 1$

$$x^2 = x \quad \boxed{1^2 = 1}$$

- $x = 0$

$$x^2 = x \quad \boxed{0^2 = 0}$$

d) $-25x^2 + 4 = 0$
 $25x^2 = 4$

$$x = \pm \sqrt{\frac{4}{25}} = \pm \frac{2}{5}$$

$$x_1 = 2/5 \text{ y } x_2 = -2/5$$

Ecuación cuadrática

Verificación :

- $x = -2/5$

$$-25(-2/5)^2 + 4 = 0$$

- $x = 2/5$

$$-25(2/5)^2 + 4 = 0$$

e) $3 \cdot (2x - 5) = -4x - 3$

$$6x - 15 = -4x - 3$$

$$6x + 4x = -3 + 15$$

$$10x = 12$$

$$x = \frac{12}{10}$$

$$x = \frac{6}{5}$$

$$\boxed{x = \frac{6}{5}}$$

Ecuación lineal

Verificación:

- $X = 6/5$

$$3 \cdot (2(6/5) - 5) = -4(6/5) - 3$$

$$\frac{36}{5} - 15 = -\frac{24}{5} - 3$$

$$\boxed{-\frac{39}{5} = -\frac{39}{5}}$$

ACTIVIDAD N° 7

Verificar cual o cuales de los valores propuestos para la incógnita es/son la solución en la expresión dada

a) $3y^2 - 5y + 2 = 4 - 6y$

b) $y = 1/3$

b) $y = -1$

c) $y = 2/3$

verificación:

- $3\left(\frac{1}{3}\right)^2 - 5\left(\frac{1}{3}\right) + 2 \neq 4 - 6 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)$

- $3(-1)^2 - 5(-1) + 2 = 4 - 6 \cdot (-1)$

- $3\left(\frac{2}{3}\right)^2 - 5\left(\frac{2}{3}\right) + 2 = 4 - 6 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)$

Resolver

$$3y^2 - 5y + 2 = 4 - 6y$$

$$3y^2 - 5y + 6y + 2 - 4 = 0$$



MATEMÁTICA PARA EL INGRESO A CIENCIAS ECONÓMICAS Y AFINES

$$3y^2 + y - 2 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-2)}}{2 \cdot 3}$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - (-24)}}{6}$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{(25)}}{6}$$

$$x_1 = \frac{-1+5}{6} = \frac{4}{6} \quad \boxed{= \frac{2}{3}}$$

$$x_2 = \frac{-1-5}{6} = -\frac{6}{6} \quad \boxed{= -1}$$

b) $(1 + t)^2 - 1 = 4t + 11$

a) $t = 1$

b) $t = 4,464101$

c) $t = 0,464101$

Verificación ÷

- $(1 + 1)^2 - 1 \neq 4 \cdot (1) + 11$
- $(1 + 4,464101)^2 - 1 = 4 \cdot (4,464101) + 11$
- $(1 + 0,464101)^2 - 1 \neq 4 \cdot (0,464101) + 11$

Resolver :

$$(1 + t)^2 - 1 = 4t + 11$$

$$(1 + t)^2 - 1 - 4t - 11 = 0$$

$$(1 + t)^2 - 4t - 12 = 0$$

$$1^2 + 2 \cdot t \cdot 1 + t^2 - 4t - 12 = 0$$

$$1 + 2t + t^2 - 4t - 12 = 0$$

$$t^2 - 2t - 11 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



MATEMÁTICA PARA EL INGRESO A CIENCIAS ECONÓMICAS Y AFINES

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-11)}}{2 \cdot 1}$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{4 - (-44)}}{2}$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{48}}{2}$$

$$x_1 = \frac{2 + 6.9282}{2} = 4.46$$

$$x_2 = \frac{2 - 6.9282}{2} = -2.46$$

ACTIVIDAD N° 8

Dada la ecuación $2x^2 + bx + 2 = 0$, sabiendo que el discriminante es cero, obtener el o los valores de **b**

$$b^2 - 4ac = 0$$

$$b^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 0$$

$$b^2 = 16; \quad b = \pm\sqrt{16} = \pm 4$$

$$\boxed{b_1 = 4} \text{ y } \boxed{b_2 = -4}$$

ACTIVIDAD N° 9

En cada uno de los siguientes enunciados, establecer la veracidad o falsedad de la afirmación y justificar su respuesta.

- a) La ecuación $x^2 + 7x = 6$ tiene dos raíces reales y distintas.

Solución verdadera, el discriminante es mayor a cero.

- b) La ecuación $\frac{1}{2}x^2 + 5x = -\frac{25}{2}$ no tiene raíces reales.

Solución Falso, el discriminante es igual a cero tiene dos raíces reales iguales.

- c) La ecuación $x^2 + 2x + 5 = 0$ tiene dos raíces reales.

Solución Falso, el discriminante es menor a cero no tiene raíces reales.

ACTIVIDAD N°10

Si la ecuación $3x^2 + b(x - 2) + 1 = 0$, tiene como raíces dos números que sumados dan como resultado 6, ¿Cuál es el valor de b?

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$6 = -\frac{b}{a}; \quad 6 = -\frac{b}{3}; \quad 6 \cdot (-3) = b$$

$$\boxed{-18 = b}$$

ACTIVIDAD N°11

Si sabemos que **3** es una de las raíces de la ecuación $ax^2 + 5x = 33$, obtener el valor de a y de la otra raíz.

Solución a=2 y x₂=-11/2



MATEMÁTICA PARA EL INGRESO A CIENCIAS ECONÓMICAS Y AFINES

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

$$3 + x_2 = -\frac{5}{a}$$

$$3 \cdot x_2 = \frac{-33}{a}$$

$$x_2 = -\frac{5}{a} - 3$$

$$x_2 = \frac{-33}{a} \div 3$$

$$-\frac{5}{a} - 3 = \frac{-33}{a} \div 3 \quad ; \quad -\frac{5}{a} - 3 = \frac{-33}{3a} \quad ; \quad -3 = \frac{-33}{3a} + \frac{5}{a} \quad ; \quad -3 = \frac{-18}{3a} \quad ; \quad -3 \cdot 3a = -18 \quad ; \quad -3 \cdot 3a = -18$$

$$a = \frac{-18}{-9}$$

$$a = 2$$

$$x_2 = -\frac{5}{2} - 3;$$

$$x_2 = -\frac{11}{2}$$

ACTIVIDAD N°12

Si contamos con la siguiente información de una ecuación cuadrática, **a= -3; b= -15** y **x₁= -4** determinar el valor de c y de la otra raíz.

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$-4 + x_2 = -\frac{-15}{-3} \quad ; \quad -4 + x_2 = -5$$

$$x_2 = -1$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

$$-4 \cdot -1 = \frac{c}{-3} \quad ; \quad 4 \cdot (-3) = c$$

$$-12 = c$$

ACTIVIDAD N°13

Completar la ecuación **2x² + bx + c=0**, determinando los valores de **b** y **c** sabiendo que la suma de sus raíces es -2 y el producto es -4

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

$$-2 = -\frac{b}{2}$$

$$-4 = \frac{c}{2}$$

$$\boxed{b = 4}$$

$$\boxed{-8 = c}$$

ACTIVIDAD N° 14

- a) La función demanda de un producto particular es $q = f(p) = 500.000 - 3.000 p$ donde **q** representa las cantidades unitarias demandadas y “**p**” representa el precio expresado en pesos que los demandantes están dispuestos a pagar. La función del ingreso total, es igual al producto de las cantidades demandadas por el precio, **I = q . p** .



a.1) Las raíces de $I(p) = -3.000p^2 + 500.000p$ son ~~DOS RAÍCES REALES IGUALES~~ / ~~DOS RAÍCES REALES DISTINTAS~~ / ~~DOS RAÍCES COMPLEJAS CONJUGADAS~~

ACTIVIDAD N° 15

De la siguiente expresión, despejar la incógnita indicada

$$q = \sqrt{\frac{2kd}{g}}$$

d) Despejar d

e) Despejar k

f) Despejar g

a) $q = \sqrt{\frac{2kd}{g}} \quad \frac{q^2 \cdot g}{2k} = d$

b) $q = \sqrt{\frac{2kd}{g}} \quad \frac{q^2 \cdot g}{2d} = k$

c) $q = \sqrt{\frac{2kd}{g}} \quad q^2 \cdot g = 2kd \quad g = \frac{2kd}{q^2}$

ACTIVIDAD N° 16

Resolver las siguientes situaciones problemáticas:

16.1) Un capital (C) de \$ 100.000 se invierte a una tasa de interés simple (i) del 2% mensual durante un periodo de tiempo (t) de 5 meses.

Nota:

La fórmula del Interés Simple es: $I = C \cdot i \cdot t$, donde I es el interés que produce el capital (C) a una tasa del tanto por uno (i) (tasa/100), durante un tiempo (t).

M es el monto total obtenido luego transcurrido el tiempo (t) durante el cual se invirtió un capital (C) a una tasa de interés (i).

$$M = C (1 + i \cdot t)$$

Se solicita calcular:

a) ¿Cuánto será el interés I obtenido al cabo de dicho tiempo?

$$I = C \cdot i \cdot t$$

$$I = 100.000 \cdot 0.02 \cdot 5$$

$$I = 10.000$$

Con un capital de \$100.000 puesto a un interés simple del 2% mensual durante 5 meses, se obtuvo \$10.000 de interés.

b) ¿Cuál será el Monto Total Acumulado (M) al final del quinto periodo?

$$M = C (1 + i \cdot t)$$

$$M = C + I$$

$$M = 100.000 (1 + 0.02 \cdot 5)$$

$$M = 100.000 + 10.000$$

$$M = 100.000 (1 + 0.10)$$

$$M = 110.000$$

$$M = 100.000 (1.10)$$

$$M = 110.000$$

El Monto Total Acumulado al final de los 5 meses es de \$110.000. Los \$100.000 de Capital Inicial más los \$10.000 de intereses ganados.



- 16.2) Qué Monto producirá un interés simple de \$ 12.000 en el periodo comprendido entre el 15 de septiembre y el 15 de octubre a un interés anual del 52%? Siendo $M = C(1 + i \cdot t)$

$$M = C(1 + it)$$

$$M = 12.000 \left(1 + \left(\frac{52}{100} \right) \frac{1}{12} \right)$$

$$M = 12.000 (1 + (0,043..)1)$$

$$M = 12.000 (1,043..)$$

$$M = 12.520$$

- 16.3) Cuando el precio unitario de un producto es p , el proveedor ofrece una cantidad q de ese producto, representada por la siguiente expresión: $q = \frac{105 p^2}{5 p^2 + 48}$

- ¿Cuántas unidades ofrecerá semanalmente si el precio unitario es de \$13,85?
- Si ofrece 20 unidades semanalmente, ¿Cuál será el precio unitario del producto?

- a. ¿Cuántas unidades ofrecerá semanalmente si el precio unitario es de \$13,85?

Reemplazamos p por el precio unitario de \$13,85 en la expresión: $q = \frac{105 p^2}{5 p^2 + 48}$

$$q = \frac{105 (13.85)^2}{5 (13.85)^2 + 48} \quad q = \frac{20141.3625}{959.1125 + 48} = \frac{20141.3625}{1007.1125} = 20$$

Si el precio unitario es de \$13,85 ofrecerá semanalmente 20 unidades.

- b. Si ofrece 20 unidades semanalmente, ¿Cuál será el precio unitario del producto? Despejo p de la expresión $q = \frac{105 p^2}{5 p^2 + 48}$

$$q (5p^2 + 48) = 105 p^2$$

$$5 p^2 q + 48 q = 105 p^2$$

$$48 q = 105 p^2 - 5 p^2 q$$

$$48 q = p^2 (105 - 5q)$$

$$\frac{48 q}{105 - 5 q} = p^2$$

$$\sqrt{\frac{48 q}{105 - 5 q}} = p \text{ Reemplazo } q=20$$

$$\sqrt{\frac{48(20)}{105 - 5(20)}} = p$$

$$\sqrt{\frac{960}{5}} = p$$

$$\sqrt{(192)} = p$$

13.85

13.86

p

- 16.4) Un capital (C_0) de \$ 100.000 se invierte a una tasa de interés anual compuesto (i) del 2% mensual durante un tiempo (t) de 5 meses. Sabiendo que la fórmula del Interés Compuesto es: $C_n = C_0 (1 + i)^t$, donde C_0 es el capital inicial que está invertido a una tasa del tanto por uno (i), durante un tiempo (t) y C_n es el capital acumulado durante ese periodo a esa tasa entonces:

- a) ¿Cuál será el Interés (I) obtenido al cabo de dicho tiempo?

$$I = C_n - C_0$$



MATEMÁTICA PARA EL INGRESO A CIENCIAS ECONÓMICAS Y AFINES

$$I = C_0 (1 + i)^t - C_0$$

$$I = C_0 ((1 + i)^t - 1)$$

$$I = 100.000 ((1 + 0.02)^5 - 1)$$

$$I = 100.000 (1.1040808 - 1)$$

$$I = 100.000 \cdot 0.1040808$$

$$I = 10.408.08$$

El interés obtenido luego de 5 meses es de \$ 10.408.08

b) ¿Cuál será el Capital Total Acumulado (C_n) al final del quinto periodo?

$$C_n = C_0 (1 + i)^t$$

$$C_n = 100.000 (1 + 0.02)^5$$

$$C_n = 100.000 \cdot 1.1040808$$

$$C_n = 110.408,08$$

El capital acumulado luego de transcurridos 5 meses es de \$110.408,08.

INECUACIONES

ACTIVIDAD N° 17

Resolver las siguientes inecuaciones, escribir el intervalo que corresponde a la solución y representar en la recta numérica

1. $3x - 2 < 1$

2. $\frac{x+1}{2} > 4$

3. $-2x + 2 \leq x + 3$

4. $\frac{2x}{3} + \frac{3x}{2} \leq \frac{1+3x}{2}$

5. $|x + 4| > 2$

6. $|-2x + 3| \leq 12$

1. $3x - 2 < 1$

Agrupar los términos independientes en el segundo miembro y dejar en el primero el término que tiene la incógnita x

$$3x < 1 + 2$$

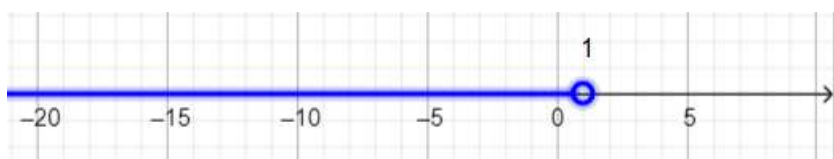
$$3x < 3 \quad x < 3 / 3 \quad \boxed{x < 1}$$

La solución para esta desigualdad son todos los valores menores a 1 (al 1 no lo incluye)

La solución en la recta numérica es:



MATEMÁTICA PARA EL INGRESO A CIENCIAS ECONÓMICAS Y AFINES



Solución: $(-\infty; 1)$

2. $\frac{x+1}{2} > 4$

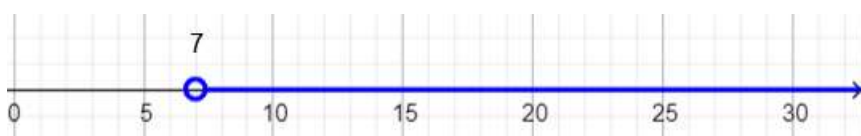
$$x + 1 > 4 \cdot 2$$

$$x + 1 > 8$$

$$x > 8 - 1$$

$$\boxed{x > 7}$$

Solución: $(7; \infty)$



3. $-2x + 2 \leq x + 3$

$$-2x - x \leq 3 - 2$$

$$-3x \leq 1$$

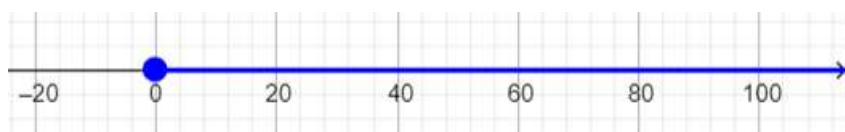
$$\boxed{x \geq -1/3}$$

$$2 - 3 \leq x + 2x$$

$$-1 \leq 3x$$

$$\boxed{-1/3 \leq x}$$

Solución: $\left[-\frac{1}{3}; \infty\right)$



4. $\frac{2x}{3} + \frac{3x}{2} \leq \frac{1+3x}{2}$

Sacar común denominador en el primer miembro de esta desigualdad

$$\frac{2 \cdot 2x + 3 \cdot 3x}{3 \cdot 2} \leq \frac{1+3x}{2}$$

$$\frac{4x+9x}{6} \leq \frac{1+3x}{2}$$

Multiplicar ambos miembros por 2 y por 6 para transformar los cocientes en productos y así, en el caso del segundo miembro aplicar la propiedad distributiva.



MATEMÁTICA PARA EL INGRESO A CIENCIAS ECONÓMICAS Y AFINES

$$2(13x) \leq 6(1 + 3x)$$

$$26x \leq 6 + 18x$$

Agrupar los términos que contienen x para luego poder despejarla

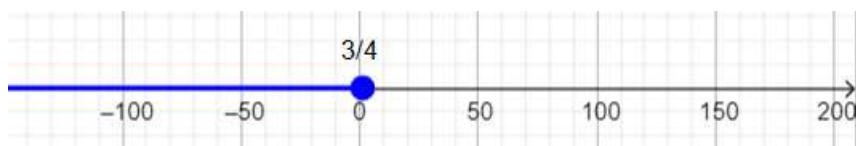
$$26x - 18x \leq 6$$

$$8x \leq 6$$

$$x \leq 6/8$$

$$x \leq 3/4$$

Solución: $(-\infty; 3/4]$



5. $|x + 4| > 2$

$$x + 4 > 2$$

$$x > 2 - 4$$

$$x > -2$$

$$x + 4 < -2$$

$$x < -2 - 4$$

$$x < -6$$

Solución: $(-\infty; -6) \cup (-2; \infty)$



6. $|-2x + 3| \leq 12$

$$-2x + 3 \leq 12$$

$$-12 + 3 \leq 2x$$

$$-9 \leq 2x$$

$$-9/2 \leq x$$

$$-12 \leq -2x + 3$$

$$-12 - 3 \leq -2x$$

$$-15 \leq -2x$$

$$15/2 \geq x$$

Solución: $\left[-\frac{9}{2}; \frac{15}{2}\right]$





Resolver las siguientes situaciones problemáticas

18.1) Una empresa que comercializa ventanas tiene como objetivo evitar pérdidas por demanda insatisfecha.

- a) Se ha decidido, para evitar pérdidas por demanda insatisfecha, que el stock mínimo debe ser por lo menos de 40 ventanas.

x = cantidad de ventanas en stock

$$x \geq 40$$

- b) Si el costo de cada ventana es de \$5.000. ¿Qué capital mínimo tienen inmovilizado?

c = Capital mínimo inmovilizado

$$c \geq 5.000 \cdot x \rightarrow c \geq 200.000$$

El Capital mínimo inmovilizado es de \$200.000

- c) Para evitar que el capital inmovilizado supere la suma de \$450.000 ¿Qué cantidad máxima de ventanas podrá tener en stock?

x = cantidad máxima de ventanas en stock

$$5.000x \leq 450.000 \rightarrow x \leq \frac{450.000}{5.000} \rightarrow x \leq 90$$

La cantidad máxima de ventanas que podrá tener en Stock es 90

- d) ¿A qué conclusión arriba analizando los incisos anteriores?

Conclusión:

$$40 \leq x \leq 90 \quad y \quad 200.000 \leq c \leq 450.000$$

La cantidad de ventas en stock está comprendida las 40 y 90 unidades (incluidas éstas cantidades) y el capital inmovilizado estará comprendido entre los \$200.000 y \$450.000 para esas cantidades de ventanas respectivamente.

18.2) Florencia va a un recital con sus amigas. Disponen de \$6600. Si compran las entradas de \$900, les sobra dinero. Pero si compran las de \$1000 les va a faltar. ¿Cuántas amigas fueron al recital?

X= cantidad de amigas que fueron al recital

Sabemos que \$900 por la cantidad de amigas que fueron es menor a \$6.600

$$900x < 6.600$$
$$x < 6.600 / 900$$

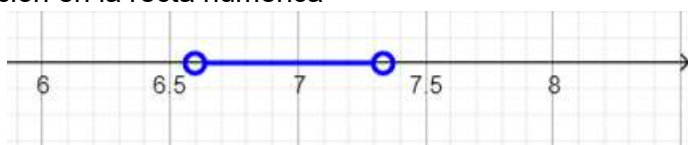
$$x < 7,3$$

Además, sabemos que \$ 1.000 por la cantidad de amigas que fueron es mayor a \$6.600

$$1000x > 6.600$$
$$x > 6.600 / 1000$$

$$x > 6,6$$

Si representamos la solución en la recta numérica



Si representamos la solución en intervalo $(6,6; 7,3)$



Como la cantidad de amigas tiene que ser un número natural, fueron al recital 7 amigas, (X=7)

- 18.3)** Un comerciante compra tenazas por \$6.800. Si las vende a \$480 c/u pierde dinero. Si las vende a \$500 gana. ¿Cuánto dinero gano si vendió la mitad de dicha mercadería a \$620 y la otra mitad a \$680? ¿Cuál fue el precio de compra?

Ganancia = Ingreso por la Venta – Costo (Precio de Compra)

T = cantidad de unidades compradas

Hay que determinar el precio de compra (costo unitario), porque el precio de venta se conoce. Se sabe que vendió la mitad de esas unidades a \$620 y la otra mitad a \$680.

El Costo unitario estará entre \$480 y \$500:

$$480 < \frac{6800}{t} < 500$$

$$1/480 > t/6800 > 1/500$$

$$6800/480 > 6800 t/6800 > 6800/500$$

$$14.16 > t > 13.6$$

Opción 1: la variable es discreta representa un producto no fraccionable (por ejemplo: tenazas)

$$T = 14$$

$$14 < 14,16 \text{ y}$$

$$14 > 13,6$$

$$\text{Ingreso} = t/2 \cdot 620 + t/2 \cdot 680 = t/2 (620 + 680) = t/2 \cdot 1300$$

$$\text{Ingreso} = 14 \cdot 650 = 9100$$

$$\text{Ganancia} = \text{Ingreso por Venta} - \text{Costo}$$

$$\text{Ganancia} = \$9100 - \$6800$$

$$\text{Ganancia} = \$2.300$$

El comerciante gano \$2.300

Opción 2: la variable continua representa un producto fraccionable (por ejemplo: tela)

$$\text{Si } t = 14.16 \quad G = 1300/2 (14.16) - 6800 \quad G = 2404$$

$$\text{Si } t = 13.6 \quad G = 1300/2 (13.6) - 6800 \quad G = 2040$$

El comerciante gano más de \$ 2040 y menos de \$ 2404.